

Contrôle de mathématiques

Jeudi 04 février 2021

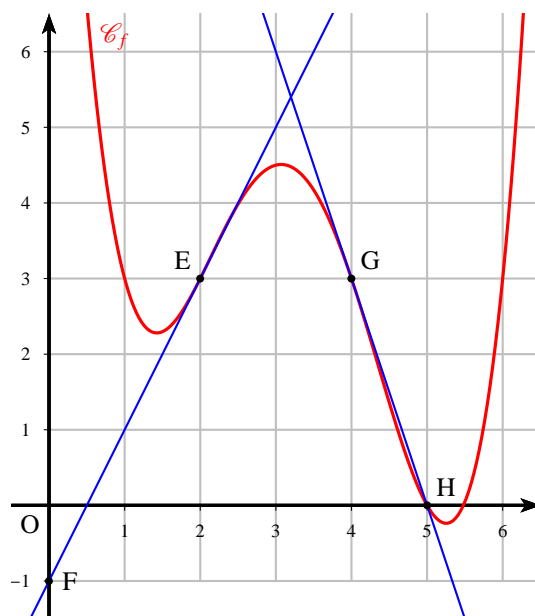
EXERCICE 1

Représentation graphique

(5 points)

Soit la courbe représentative d'une fonction f définie sur \mathbb{R} .

Les tangentes à \mathcal{C}_f aux points E et G sont les droites (EF) et (GH).



À l'aide de cette représentation graphique et avec la précision du graphique, répondre aux questions suivantes :

- 1) Déterminer les valeurs de $f(2)$, $f'(2)$, $f(4)$ et $f'(4)$.
- 2) a) Expliquer comment résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$.
b) Donner les solutions de l'équation $f(x) = 3$.
c) Déterminer les valeurs de m tels que l'équation $f(x) = m$ admette quatre solutions.
- 3) En supposant que la fenêtre du graphique donne les variations de f , dresser le tableau de variations de f sur \mathbb{R} en faisant figurer le signe de la dérivée de f .

EXERCICE 2

Fonction polynôme

(7 points)

Soit la fonction f définie sur $[0 ; 8]$ par : $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$.

- 1) Déterminer la fonction dérivée f' .
- 2) Résoudre $f'(x) = 0$ puis dresser le tableau de variation sur $[0 ; 8]$.
- 3) Déterminer l'équation de la tangente (T_4) à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 4.
- 4) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) - (-12x + 64) = (x - 4)^3$.
En déduire la position de (T_4) par rapport à \mathcal{C}_f .

- 5) Visualiser la fonction f sur votre calculatrice. On pourra prendre comme fenêtre $x \in [0 ; 8]$ et $y \in [-5 ; 40]$ de graduations respectives 1 et 5.

À l'aide de la calculatrice

Tracer l'allure de la courbe \mathcal{C}_f puis résoudre l'inéquation $f(x) \geq 5$. On expliquera la méthode utilisée et on donnera l'ensemble solution à 10^{-3} près.

EXERCICE 3

Calcul de dérivées

(8 points)

Pour les fonctions suivantes :

- déterminer l'ensemble sur lequel la fonction est dérivable
- déterminer la fonction dérivée
- réduire au même dénominateur si nécessaire et factoriser lorsque cela est possible.

1) $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - 5$

2) $f(x) = \cos x + 1 + \frac{4}{x^2}$

3) $f(x) = \sqrt{3x - 2}$

4) $f(x) = \frac{7}{4 - x^2}$

5) $f(x) = \frac{2x - 5}{x^2 + 2x}$

6) $f(x) = (3x - 1)\sqrt{1 - 2x}$

7) $f(x) = (x^2 + 5x - 1)^4$