

Contrôle de mathématiques

Jeudi 01 Avril 2021

EXERCICE 1

Alignement

(4 points)

Soit ABC un triangle. On donne les points I, J et K définis par :

$$\vec{AI} = \frac{2}{3} \vec{AC}, \quad \vec{BJ} = \frac{1}{4} \vec{BC}, \quad \vec{AK} = \frac{6}{5} \vec{AB}$$

- 1) Établir que : $\vec{AJ} = \frac{3}{4} \vec{AB} + \frac{1}{4} \vec{AC}$
- 2) On considère le repère $(A; \vec{AB}; \vec{AC})$
 - a) Déterminer les coordonnées des points I, J, K.
 - b) Montrer que les points I, J et K sont alignés.

EXERCICE 2

Produits scalaires

(5 points)

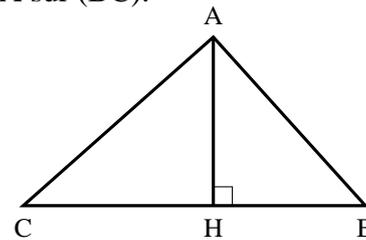
- 1) Soit ABC un triangle et H le projeté orthogonal de A sur (BC).

On donne les longueurs : $AB = 6$,

$BH = 4$ et $HC = 5$.

Calculer les produits scalaires suivants en se justifiant

$$\text{a) } \vec{BA} \cdot \vec{BC} \qquad \text{b) } \vec{AB} \cdot \vec{AH}$$

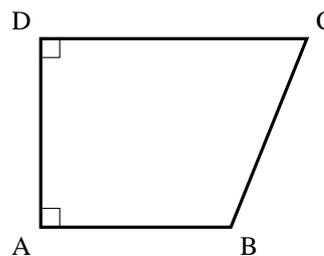


- 2) ABCD est un trapèze rectangle en A et D tel que $AB = AD = 5$ et $DC = 7$.

Calculer les produits scalaires suivants en se justifiant :

$$\text{a) } \vec{AB} \cdot \vec{AD} \qquad \text{b) } \vec{CD} \cdot \vec{AB}$$

$$\text{c) } \vec{CA} \cdot \vec{CD}$$



EXERCICE 3

Éclairage

(4 points)

Le rectangle OABC ci-après représente une place touristique vue de dessus.

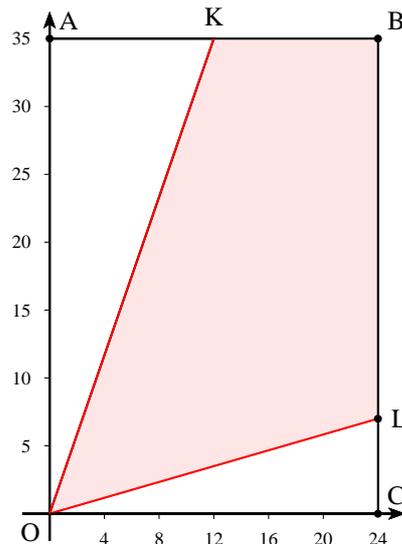
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que $C(24; 0)$ et $A(0; 35)$.

Afin d'éclairer le plus grand nombre de monuments, on place au point O, un projecteur lumineux qui permet d'éclairer la partie du plan délimitée par les segments de droite [OK] et [OL] tels que K est le milieu de [AB] et $\vec{CL} = \frac{1}{5} \vec{CB}$

et [OL] tels que K est le milieu de [AB] et $\vec{CL} = \frac{1}{5} \vec{CB}$

- 1) Déterminer les coordonnées des points B, K et L.
- 2) Un visiteur affirme : « Moins de 70 % de la surface de la place est éclairée ». Cette affirmation est-elle exacte ?

- 3) a) Calculer le produit scalaire : $\overrightarrow{OK} \cdot \overrightarrow{OL}$
 b) En déduire la mesure exacte puis arrondie au dixième de degré, de l'angle \widehat{KOL} .



EXERCICE 4

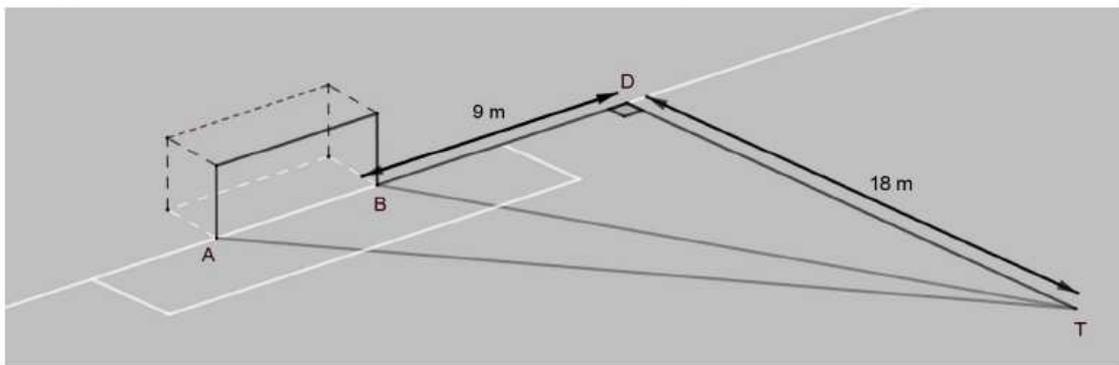
Tir au but

(4 points)

Sur le dessin ci-dessous, la largeur du but est de : $AB = 7,32$ mètres.

Les points A, B et D sont alignés.

On appelle T le point où se trouve un ballon. Le triangle TAD est rectangle en D.



- 1) Pourquoi $\overrightarrow{TD} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$?
- 2) a) Montrer que $\overrightarrow{TA} \cdot \overrightarrow{TB} = TD^2 + DA \times DB$.
 b) Calculer alors $\overrightarrow{TA} \cdot \overrightarrow{TB}$.
- 3) Déterminer une valeur approchée, au dixième de degré près, de l'angle de tir, c'est-à-dire de l'angle \widehat{ATB} .

EXERCICE 5

Relations métriques

(3 points)

Soit le triangle ABC tel que : $AB = 6$, $AC = 2$ et $\widehat{BAC} = 112^\circ$.

- 1) Quel est le nom de la relation qui permet de calculer la longueur BC ?
 Calculer la longueur BC.
- 2) Transposer cette relation pour déterminer l'angle \widehat{ABC} .
 On donnera la valeur de \widehat{ABC} au dixième de degré près.