

Contrôle de mathématiques

Jeudi 9 décembre 2021

EXERCICE 1

Monotonie d'une suite

(2 points)

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_n = 2n^2 - n$

- 1) Montrer que $u_{n+1} - u_n = 4n + 1$.
- 2) Que peut-on dire de la monotonie de la suite (u_n) sur \mathbb{N} ? Justifier.

EXERCICE 2

Suite arithmétique et suite géométrique

(5 points)

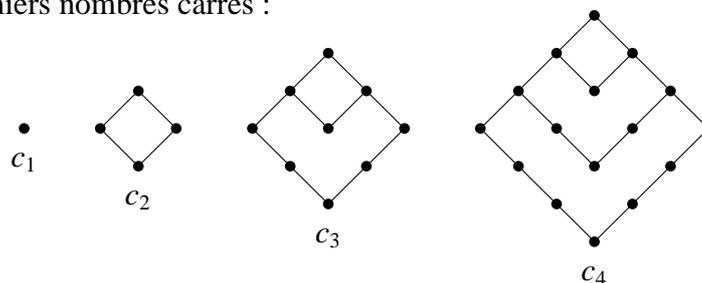
- 1) La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 .
On donne : $u_4 = 18$ et $u_8 = 25$
 - a) Déterminer la raison r et le premier terme u_0 .
 - b) Calculer u_{14}
- 2) Calculer la somme : $S = 26 + 33 + 40 + \dots + 2021$.
On précisera la formule utilisée.
- 3) La suite (v_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme v_0 .
On donne : $v_2 = 18$ et $v_5 = 486$.
 - a) Déterminer la raison q et le premier terme v_0 .
 - b) Calculer $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$. On précisera la formule utilisée.

EXERCICE 3

Nombres carrés

(3 points)

Voici les 4 premiers nombres carrés :



- 1) Dessiner c_5 puis en donner le nombre de points.
- 2) Donner le nombre de points de c_6 et c_7 .
- 3) Conjecturer le nombre de points de c_n en fonction de n .
Démontrer cette conjecture.

EXERCICE 4

Suite arithmético-géométrique

(5 points)

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 7$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 0,5u_n + 3$.

On pose $v_n = u_n - 6$

- 1) a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 c) Donner une valeur approchée de u_8 à 10^{-3} près.
 Que peut-on conjecturer sur la limite de la suite ? Justifier.
- 2) On note $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{100}$.
 a) Déterminer la valeur exacte de S puis une valeur approchée.
 b) En déduire une valeur approchée de la somme $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_{100}$.

EXERCICE 5

Rebonds d'une balle

(5 points)

Une balle est lâchée d'une hauteur de 3 mètres au-dessus du sol. Elle touche le sol et rebondit. À chaque rebond, la balle perd 25 % de sa hauteur précédente.

On modélise la hauteur de la balle par une suite (h_n) où h_n désigne la hauteur maximale de la balle, en mètres, après le n -ième rebond. On a donc $h_0 = 3$.

- 1) Calculer h_1 et h_2 .
- 2) La suite (h_n) est-elle arithmétique ? Justifier.
- 3) Donner, en vous justifiant, la nature de la suite (h_n) en précisant ses éléments caractéristiques.
- 4) Déterminer la hauteur, arrondie au cm, de la balle après 6 rebonds.
- 5) La fonction "seuil" est définie ci-contre en Python .

Recopier et compléter cet algorithme pour que cette fonction renvoie le nombre de rebonds à partir duquel la hauteur maximale de la balle sera inférieure ou égale à 10 centimètres.

```
def seuil():
    h=3
    n=0
    while .....:
        h = .....
        n=n+1
    return n
```