

Correction contrôle de mathématiques

Jeudi 21 Avril 2022

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

1) **Réponse a).** Tirage avec remise. On a la loi de probabilité de G suivante :

$$E(G) = \frac{-5 + 4 + 4}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$$

| | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| g_i | -5 | 2 | 4 |
| $p(G = g_i)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

2) **Réponse c).** $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Leftrightarrow$

$$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \frac{3}{7} + \frac{3}{20} - \frac{4}{7} = \frac{60 + 21 - 80}{140} = \frac{1}{140}$$

A et B ne sont pas indépendants car : $p(A) \times p(B) = \frac{9}{140} \neq p(A \cap B)$

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{1}{140} \times \frac{7}{4} = \frac{1}{80}$$

3) **Réponse c).**

$$p(C) = p(A \cap C) + p(\bar{A} \cap C) = p(A) \times p_A(C) + p_{\bar{A}} \times p_{\bar{A}}(C) \Leftrightarrow$$

$$0,48 = 0,2 \times 0,6 + 0,8x \Leftrightarrow x = \frac{0,48 - 0,12}{0,8} = 0,45$$

4) **Réponse c).** On enlève le multiple de 8 le plus proche des réponses :

$$\frac{13\pi}{4} = \frac{(13 - 16)\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} [2\pi]$$

5) **Réponse b).** Si $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \Rightarrow \cos x < 0 :$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 = 1 - \sin^2 x = 1 - 0,64 = 0,36 \stackrel{\cos x < 0}{\Leftrightarrow} \cos x = -\sqrt{0,36} = -0,6$$

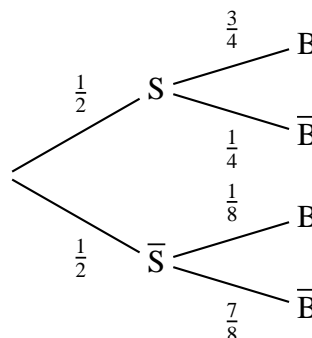
EXERCICE 2

Sciences ou économie ?

(7 points)

Partie A

1) D'après l'énoncé, on a $p(S) = \frac{1}{2}$, $p_S(B) = \frac{3}{4}$ et $p_{\bar{S}}(B) = \frac{1}{8}$:



$$2) p(B \cap S) = p(S) \times p_S(B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}.$$

$$3) p(B) = p(S \cap B) + p(\bar{S} \cap B) = \frac{3}{8} + p(\bar{S}) \times p_{\bar{S}}(B) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}.$$

$$4) p(B) \times p(S) = \frac{7}{16} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{32} \neq p(B \cap S)$$

Les événements B et S ne sont pas indépendants.

Partie B

1) X prend les valeurs : -5, 5 et 25. On a les probabilités suivantes :

- $p(X = -5) = p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$
- $p(X = 5) = p(B \cap S) = \frac{3}{8}$
- $p(X = 25) = p(\bar{S} \cap B) = \frac{1}{16}$

D'où la loi de probabilité de X suivante :

| x_i | -5 | 5 | 25 |
|--------------|----------------|---------------|----------------|
| $p(X = x_i)$ | $\frac{9}{16}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{16}$ |

$$2) E(X) = \sum p_i x_i = \frac{9(-5) + 6(5) + 1(25)}{16} = \frac{-45 + 30 + 25}{16} = \frac{10}{16} = 0,625.$$

Sur un grand nombre de parties, le gain algébrique moyen d'une partie est de 0,625 €.

$$3) V(X) = \sum p_i x_i^2 - E^2(X) = \frac{9(25) + 6(25) + 1(625)}{16} - 0,625^2 = \frac{1000}{16} - 0,625^2 \approx 62,109.$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx \sqrt{62,109} \approx 7,881.$$

EXERCICE 3

Smartphone

(4 points)

1) Pourcentage de la production totale du sous-traitant B : 60 %.

2) D'après l'énoncé, en appelant D l'événement « le smartphone est défectueux » :

$$p(A) = 0,4, \quad p(B) = 0,6 \quad p_A(D) = 0,04 \quad \text{et} \quad p(D) = 0,034$$

$$p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) = p(A) \times p_A(D) + p_B \times p_B(D) \Leftrightarrow$$

$$0,034 = 0,4 \times 0,04 + 0,6 p_B(D) \Leftrightarrow p_B(D) = \frac{0,034 - 0,4 \times 0,04}{0,6} = 0,03$$

3 % des smartphones produits par le sous-traitant B sont défectueux.

$$3) p_D(B) = \frac{p(B \cap D)}{p(D)} = \frac{p_B \times p_B(D)}{p(D)} = \frac{0,6 \times 0,03}{0,034} \approx 0,471.$$

47,1 % des smartphones défectueux proviennent du sous-traitant B.

EXERCICE 4

Assurance

(4 points)

1) D'après l'énoncé : $p(X = -80) = 0,1$, $p(X = -980) = 0,02$ et

$$p(X = 40) = 1 - p(X = -80) - p(X = -980) = 0,88.$$

D'où la loi de probabilité de X suivante :

| x_i | -980 | -80 | 40 |
|--------------|------|-----|------|
| $p(X = x_i)$ | 0,02 | 0,1 | 0,88 |

$$2) E(X) = \sum p_i x_i = -0,02 \times 980 - 0,1 \times 80 + 0,88 \times 40 = 7,6$$

L'assureur peut espérer gagner en moyenne par contrat 7,60 €.