

Correction contrôle de mathématiques

Du lundi 10 octobre 2022

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

1) **Réponse d).** $-7x + 11 = -9 \Leftrightarrow -7x = -20 \Leftrightarrow x = \frac{20}{7}$

2) **Réponse d)**

$$\frac{7x-3}{3} + \frac{10+4x}{7} = 3x + \frac{9-2x}{21} \stackrel{\times 21}{\Leftrightarrow} 7(7x-3) + 3(10+4x) = 63x + 9 - 2x \Leftrightarrow$$

$$49x - 21 + 30 + 12x = 63x + 9 - 2x \Leftrightarrow 49x + 12x - 63x + 2x = 21 - 30 + 9 \Leftrightarrow 0x = 0$$

$$\Leftrightarrow \text{toujours vrai } S = \mathbb{R}$$

3) **Réponse b)**

$$\begin{aligned} 7x(x-3) - (3-x)(2x-3) &= 7x(x-3) + (x-3)(2x-3) \\ &= (x-3)(7x+2x-3) = (x-3)(9x-3) = 3(x-3)(3x-1) \end{aligned}$$

4) **Réponse b)**

$$\frac{2x-5}{3} < \frac{3x+1}{5} + x \stackrel{\times 15}{\Leftrightarrow} 5(2x-5) < 3(3x+1) + 15x \Leftrightarrow$$

$$10x - 25 < 9x + 3 + 15x \Leftrightarrow 10x - 9x - 15x < 25 + 3 \Leftrightarrow -14x < 28 \stackrel{\times (-2)}{\Leftrightarrow} x > -2$$

5) **Réponse c)**

Soit x : nombre d'œufs que possède de fermier. On doit avoir :

$$1,4(x-5) = 0,9x + 10 \Leftrightarrow 1,4x - 7 = 0,9x + 10 \Leftrightarrow 1,4x - 0,9x = 7 + 10 \Leftrightarrow$$

$$0,5x = 17 \Leftrightarrow x = \frac{17}{0,5} = 34$$

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes :

(5 points)

1) $4(3x-2) - 7x + 5 = 15 - 2x \Leftrightarrow 12x - 8 - 7x + 5 = 15 - 2x \Leftrightarrow$

$$12x - 7x + 2x = 8 - 5 + 15 \Leftrightarrow 7x = 18 \Leftrightarrow x = \frac{18}{7} \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{18}{7} \right\}$$

2) $\frac{-5x+7}{8} - \frac{3x+5}{6} = \frac{x+1}{3} \stackrel{\times 24}{\Leftrightarrow} 3(-5x+7) - 4(3x+5) = 8(x+1) \Leftrightarrow$

$$-15x + 21 - 12x - 20 = 8x + 8 \Leftrightarrow -15x - 12x - 8x = -21 + 20 + 8 \Leftrightarrow$$

$$-35x = 7 \Leftrightarrow x = -\frac{35}{7} = -\frac{1}{5} \Leftrightarrow S = \left\{ -\frac{1}{5} \right\}$$

3) $x^2 - 9 + 2(x+3)(5x+1) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) + 2(x+3)(5x+1) = 0 \stackrel{\text{factorisation}}{\Leftrightarrow}$

$$(x+3)(x-3+10x+2) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(11x-1) = 0 \Leftrightarrow S = \left\{ -3; \frac{1}{11} \right\}$$

- 4) $(4x+1)^2 = (6x-5)^2$ égalité de deux carrés $\Leftrightarrow 4x+1 = 6x-5$ ou $4x+1 = -6x+5$
 $\Leftrightarrow -2x = -6$ ou $10x = 4 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = \frac{2}{5} \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{2}{5}; 3 \right\}$
- 5) $x^3 - 16x = 0$ ^{factorisation} $\Leftrightarrow x(x^2 - 16) = 0 \Leftrightarrow x(x-4)(x+4) = 0 \Leftrightarrow$
 $x = 0$ ou $x = 4$ ou $x = -4 \Leftrightarrow S = \{-4; 0; 4\}$

EXERCICE 3**Résoudre les équations rationnelles suivantes :****(3 points)**

- 1) $\frac{24-5x}{4-x} = \frac{7}{3}$, $D_f = \mathbb{R} - \{4\}$
 $x \in D_f$, produit en croix $3(24-5x) = 7(4-x) \Leftrightarrow 72-15x = 28-7x \Leftrightarrow$
 $-15x+7x = -72+28 \Leftrightarrow -8x = -44 \Leftrightarrow x = \frac{11}{2} \in D_f \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{11}{2} \right\}$
- 2) $\frac{3x+2}{x-3} = \frac{3x-7}{x+5}$, $D_f = \mathbb{R} - \{-5; 3\}$
 $x \in D_f$, produit en croix $(3x+2)(x+5) = (x-3)(3x-7) \Leftrightarrow$
 $3x^2 + 15x + 2x + 10 = 3x^2 - 7x - 9x + 21$
 $15x + 2x + 7x + 9x = -10 + 21 \Leftrightarrow 33x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \in D_f \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$
- 3) $\frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} = 0$, $D_f = \mathbb{R} - \{-4; -3; -2\}$
 $x \in D_f$, on multiplie par $(x+2)(x+3)(x+4)$
 $x+4+x+2 = 0 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3 \notin D_f \Leftrightarrow S = \emptyset$

EXERCICE 4**Résoudre les inéquations suivantes :****(5 points)**

- 1) $3 - 2x - 4(7x + 2) \leq 2(5x + 7) + 11 \Leftrightarrow 3 - 2x - 28x - 8 \leq 10x + 14 + 11 \Leftrightarrow$
 $-2x - 28x - 10x \leq -3 + 8 + 14 + 11 \Leftrightarrow -40x \leq 30 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{4} \Leftrightarrow S = \left[-\frac{3}{4}; +\infty \right[$
- 2) $x^2 \leq (3x-1)^2 \Leftrightarrow x^2 - (3x-1)^2 \leq 0$ ^{factorisation} $\Leftrightarrow (x-3x+1)(x+3x-1) \leq 0 \Leftrightarrow$
 $(-2x+1)(4x-1) \leq 0$ valeurs frontières $x = \frac{1}{2}$ et $x = \frac{1}{4}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-2x+1$	+	+	0	-
$4x-1$	-	0	+	+
$(-2x+1)(4x-1)$	-	0	+	-

$$S = \left] -\infty; \frac{1}{4} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$$

- 3) $4x^2 + 25 > 20x \Leftrightarrow 4x^2 - 20x + 25 > 0$ ^{factorisation} $\Leftrightarrow (2x-5)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{5}{2}$
 $\Leftrightarrow S = \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{2} \right\}$

$$4) \frac{3x+2}{x-5} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{3x+2}{x-5} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x+2-2x+10}{x-5} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+12}{x-5} \leq 0$$

$D_f = \mathbb{R} - \{5\}$ et les valeurs frontières $x = -12$ et $x = 5$.

x	$-\infty$	-12	5	$+\infty$	
$x+12$		-	0	+	+
$x-5$		-	-	0	+
$\frac{x+12}{x-5}$		+	0	-	+

$$S = [-12; 5[$$

$$5) \frac{x+6}{(2x+1)(3x-7)} > 0, D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{7}{3} \right\} \text{ valeurs frontières } x = -6, x = -\frac{1}{2}, x = \frac{7}{3}$$

x	$-\infty$	-6	$-\frac{1}{2}$	$\frac{7}{3}$	$+\infty$	
$x+6$		-	0	+	+	+
$2x+1$		-	-	0	+	+
$3x-7$		-	-	-	0	+
$\frac{x+6}{(2x+1)(3x-7)}$		-	0	+	-	+

$$S =]-6; -\frac{1}{2}[\cup]\frac{7}{3}; +\infty[$$

EXERCICE 5

Problèmes

(2 points)

1) Soit x : le nombre de bille que possède Virginie.

Le nombre de billes de Paul est donc $x + 3$.

si Virginie avait deux fois plus de billes : $2x = (x + 3) + 5 \Leftrightarrow x = 8$.

Virginie possède 8 billes et Paul 11 billes.

2) Soit n l'entier naturel cherché.

$$n^2 + 9 = 2n^2 - 7 \Leftrightarrow n^2 = 16 \Leftrightarrow n = 4 \text{ ou } n = -4 \text{ (non retenu)}$$

L'entier cherché est donc 4.