

# Contrôle de mathématiques

Jeudi 15 décembre 2022

## EXERCICE 1

### QCM

(5 points)

Cette exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des cinq questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique telle que  $u_2 = -3$  et  $u_5 = -18$ . Alors on a :
  - $u_n = 2 - 5n$
  - $u_n = 7 - 5n$
  - $u_n = 5n - 13$
  - $u_n = -3n - 3$
- La somme  $S = 38 + 45 + 52 + 59 + \dots + 1676$  vaut :
  - 192 465
  - 200 538
  - 201 395
  - 202 252
- Soit la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $v_{n+1} = 2v_n - 4$  et  $v_2 = 8$ . On a alors :
  - $v_0 = 5$
  - $v_0 = 0$
  - $v_0 = 10$
  - $v_0 = -2$
- Un récipient contenant initialement un litre d'eau est laissé au soleil. Toutes les heures le volume d'eau diminue de 15 %. On appelle  $u_n$  le volume d'eau restant dans le récipient la  $n$ -ième heure. On a alors
  - $u_{n+1} = 0,85u_n$
  - $u_{n+1} = u_n - 0,15$
  - $u_n = 0,15^n$
  - $u_n = 1 - 0,15n$

- 5) Que va afficher le programme en langage Python 

```
u=3
for i in range(1,5):
    u=2*u-1
print(u)
```

- $u$
- 65
- 17
- 33

## EXERCICE 2

### Globe-trotter

(5 points)

Un globe-trotter a pour objectif de parcourir 2 000 km à pied. Le premier jour plein d'énergie, il parcourt 50 km. Cependant la fatigue s'accumulant, la distance qu'il parcourt diminue de 2 % chaque nouvelle journée.

On note  $d_n$  la distance parcourue durant le  $n$ -ième jour. On a donc  $d_1 = 50$ .

- Calculer la distance parcourue le deuxième jour.
- Quel est la nature de la suite  $(d_n)$ ? Justifier puis donner les éléments caractéristiques.

- 3) Déterminer pour  $n \geq 1$ , l'expression de  $d_n$  en fonction de  $n$ .
- 4) Pour calculer le nombre de jours qu'il faudra au globe-trotter pour atteindre son objectif, on a écrit partiellement le programme Python  suivant :

```

j=1
u=50
s = ...
while ... .. :
    j=j+1
    u = ...
    s = ...
print (...)
```

Recopier (ne pas le compléter sur le sujet) puis compléter le programme. Exécuter le programme et donner le nombre de jours nécessaires

### EXERCICE 3

---

#### Étude de marché

**(5 points)**

Un journal hebdomadaire va être créé. Une étude de marché aboutit à deux estimations concernant le nombre de journaux vendus.

- 1<sup>re</sup> estimation : 1 000 journaux vendus lors du lancement, puis une progression des ventes de 3 % chaque semaine.
- 2<sup>e</sup> estimation : 1 000 journaux vendus lors du lancement, puis une progression régulière de 40 journaux supplémentaires vendus chaque semaine.

On appelle  $u_n$  et  $v_n$  pour  $n \geq 1$ , le nombre de journaux vendus respectivement suivant la 1<sup>re</sup> et la 2<sup>e</sup> estimation la  $n$ -ième semaine. On a ainsi  $u_1 = v_1 = 1\,000$ .

- 1) a) Calculer  $u_2$  et  $u_3$  en détaillant les calculs.  
 b) Donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$  pour  $n \geq 1$  en vous justifiant.
- 2) Montrer que pour  $n \geq 1$ ,  $v_n = 960 + 40n$ .
- 3) Recopier puis remplir le tableau suivant en donnant les valeurs à  $10^{-2}$  près :

$n$	18	19	20	21
$v_n - u_n$				

En déduire à partir de quelle semaine le nombre de journaux vendus d'après la 1<sup>re</sup> estimation devient supérieur au nombre de journaux vendus d'après la 2<sup>e</sup> estimation.

### EXERCICE 4

---

#### Suite arithmético-géométrique

**(5 points)**

Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} u_0 = 800 \\ u_{n+1} = 0,6u_n + 400 \end{cases}$$

- 1) a) Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .  
 b) La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? géométrique ? Pourquoi ?
- 2) On pose  $v_n = u_n - 1\,000$ .  
 a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique dont on donnera la raison et le premier terme  $v_0$ .  
 b) Déterminer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
 c) Quelle est la limite de la suite  $(u_n)$  ?