Correction contrôle de mathématiques

Du jeudi 15 décembre 2022

EXERCICE 1

QCM **(5 points)**

1) **Réponse b)**
$r = \dfrac{u_5 - u_2}{3} = \dfrac{-18+3}{3} = -5$ et $u_0 = u_2 - 2r = -3 + 10 = 7$ d'où $u_n = 7 - 5n$

2) **Réponse c)** S somme des termes d'une suite arithmétique de raison 7.
Nbre de termes : $\dfrac{1676-38}{7} + 1 = 235$ donc $S = 235 \times \dfrac{38+1676}{2} = 201\,395$

3) **Réponse a)** $v_{n+1} = 2v_n - 4 \Rightarrow v_n = \dfrac{v_{n+1}+4}{2}$
$v_1 = \dfrac{v_2+4}{2} = \dfrac{8+4}{2} = 6$ puis $v_0 = \dfrac{v_1+4}{2} = \dfrac{6+4}{2} = 5.$

4) **Réponse a)** Si le volume d'eau diminue de 15 %, il en reste donc 75 %.
On a donc $u_{n+1} = 0,75u_n$.

5) **Réponse d)** Calcule le terme u_4, range(1,5), de la suite (u_n) : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$
$u_1 = 2\times 3 - 1 = 5$, $u_2 = 2 \times 5 - 1 = 9$, $u_3 = 2 \times 9 - 1 = 17$, $u_4 = 2 \times 17 - 1 = 33$.

EXERCICE 2

Globe-trotter **(5 points)**

1) $d_2 = d_1 - 0,02d_1 = 0,98d_1 = 0,98 \times 50 = 49$. Il parcourt 49 km le 2e jour.

2) La suite (d_n) est géométrique car on passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,98. La suite (d_n) est géométrique de raison $q = 0,98$ et de premier terme $d_1 = 50$.

3) On a alors $d_n = d_1 q^{n-1} = 50 \times 0,98^{n-1}$.

4) On a le programme suivant et l'on trouve : 80.
Le globe-trotter parcourra les 2 000 km en 80 jours.

```
j=1
u=50
s=50
while s<2000:
    j=j+1
    u=0,98u
    s=s+u
print(j)
```

EXERCICE 3

Étude de marché **(5 points)**

1) a) $u_2 = 1\,000 + 0,03 \times 1\,000 = 1,03 \times 1\,000 = 1\,030$ et $u_3 = 1\,030 \times 1,03 = 1\,060,9$.

b) (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,03$ et de premier terme $u_1 = 1\,000$.
On a donc : $u_n = u_1 q^{n-1} = 1\,000 \times 1,03^{n-1}$.

2) La suite (v_n) est arithmétique de raison $r = 40$ et de premier terme $v_1 = 1\,000$.
On a donc : $v_n = v_1 + (n-1)r = 1\,000 + 40(n-1) = 1\,000 + 40n - 40 = 960 + 40n$.

3) On obtient le tableau suivant :

n	18	19	20	21
$v_n - u_n$	$27,15$	$17,57$	$6,49$	$-6,11$

À partir de la 21e semaine, le nombre de journaux vendus d'après la 1re estimation devient supérieur au nombre de journaux vendus d'après la 2e estimation.

EXERCICE 4

Suite arithmético-géométrique **(5 points)**

1) a) $u_1 = 0,6 \times 800 + 400 = 880$, $u_2 = 928$ et $u_3 = 956,8$

b) $u_1 - u_0 = 80$ et $u_2 - u_1 = 48$ donc $u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$.
La suite (u_n) n'est pas arithmétique.
$\dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{11}{10}$ et $\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{58}{55}$ donc $\dfrac{u_1}{u_0} \neq \dfrac{u_2}{u_1}$. La suite n'est pas géométrique.

2) a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 1\,000 = 0,6u_n + 400 - 1\,000 = 0,6u_n - 600 = 0,6(u_n - 1\,000) = 0,6v_n$.
$\forall n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = 0,6$, la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0,6$ et de premier terme $v_0 = -200$.

b) $v_n = v_0 q^n = -200 \times 0,6^n$ d'où $u_n = v_n + 1\,000 = -200 \times 0,6^n + 1\,000$.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} 0,6^n = 0$ car $-1 < 0,6 < 1$ par somme et produit $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1\,000$.