Contrôle de mathématiques

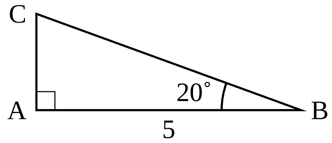
Jeudi 13 avril 2023

EXERCICE 1

QCM **(5 points)**

Pour chacune des cinq questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) D'après la figure suivante, on peut affirmer que :



a) $BC = \dfrac{\cos 20°}{5}$ c) $BC = \dfrac{5}{\cos 20°}$

b) $BC = 5\cos 20°$ d) $AC = 5\sin 20°$

2) Quelle est la proposition vraie

a) $\sin\dfrac{5\pi}{6} = -\dfrac{1}{2}$ b) $\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sin\dfrac{7\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\sin\left(-\dfrac{3\pi}{2}\right) = 1$

3) Quelle est la proposition vraie

a) $\cos\dfrac{11\pi}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\cos\left(-\dfrac{5\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{1}{2}$ d) $\cos\dfrac{54\pi}{6} = 1$

4) L'angle $\theta \in]-\pi\,;\,\pi]$ tel que $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\theta = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ vaut

a) $\dfrac{2\pi}{3}$ b) $\dfrac{\pi}{4}$ c) $-\dfrac{\pi}{4}$ d) $\dfrac{5\pi}{6}$

5) L'ensemble solution de l'inéquation $2\sin x + \sqrt{2} \leqslant 0$ sur $[0\,;\,2\pi]$ est :

a) $\left[-\dfrac{3\pi}{4}\,;-\dfrac{\pi}{4}\right]$ b) $\left[\dfrac{\pi}{4}\,;\,\dfrac{3\pi}{4}\right]$ c) $\left[\dfrac{5\pi}{4}\,;\,\dfrac{7\pi}{4}\right]$ d) $\left[\dfrac{9\pi}{4}\,;\,\dfrac{11\pi}{4}\right]$

EXERCICE 2

Réparation d'un toit **(2 points)**

Pour effectuer une réparation sur un toit, Esteban doit poser son échelle, mesurant 2,20 m contre un mur. Pour que l'échelle soit suffisamment stable, cette dernière doit former un angle d'au moins 65° avec le sol.
Esteban n'a pu poser son échelle qu'à 1 m du mur. L'échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifier.

EXERCICE 3

Simplifications et intervalles **(4 points)**

1) Simplifier les expressions suivantes :

a) $A = \sin x + \cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) + \sin(\pi - x) - \cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$

b) $B = \cos\left(x - \dfrac{3\pi}{2}\right) - 2\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) + \sin(7\pi + x)$

2) Soit $x \in [-\pi\,;0]$. Déterminer $\sin x$ sachant que $\cos x = -\dfrac{1}{5}$.

3) Visualiser l'intervalle $\left[-\dfrac{2\pi}{3}\,;\,\dfrac{5\pi}{6}\right]$ sur le cercle unité.

EXERCICE 4

Équation trigonométrique **(4 points)**

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations trigonométriques suivantes :

1) $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ 2) $\sqrt{2}\sin x + 1 = 0$ 3) $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4) $2\cos^2 x + 9\cos x + 4 = 0$, on posera $X = \cos x$

EXERCICE 5

Étude d'une fonction trigonométrique **(5 points)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \cos^2 x + \cos x + 1$.

1) Montrer que la fonction f est paire et 2π-périodique.
En déduire un intervalle d'étude de la fonction f.

2) Montrer que la fonction dérivée f' a pour expression : $f'(x) = \sin x(-2\cos x - 1)$.

3) Résoudre l'inéquation $-2\cos x - 1 \geqslant 0$ dans l'intervalle $[0\,;\pi]$.
En déduire le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;\,\pi]$.

4) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-\pi\,;\,\pi]$.

5) Sur la feuille donnée en annexe, tracer la fonction f sur l'intervalle $[-2\pi\,;\,2\pi]$. On tracera les tangente horizontales.

Annexe

(À rendre avec la copie)

Nom :

Prénom :