

Correction contrôle de mathématiques

Du jeudi 08 juin 2023

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

1) Réponse c) : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} = 20 - 7 = 13.$

2) Réponse a) : $\cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \times AC} = \frac{12 - 3}{\sqrt{16 + 9} \times \sqrt{9 + 1}} = \frac{9}{5\sqrt{10}}$ d'où

$\widehat{BAC} = \arccos\left(\frac{9}{5\sqrt{10}}\right) \approx 55,3^\circ.$

3) Réponse b) : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cos \widehat{BAC} = 16 + 4 - 2 \times 4 \times 2 \times \frac{1}{2} = 12$

D'où $BC = 2\sqrt{3} \approx 3,46$ soit $BC \approx 3,5$ à 10^{-1} près.

4) Réponse c) : $p(A \cap B) = p(A) - p(A \cap \bar{B}) = 0,4 - 0,3 = 1.$

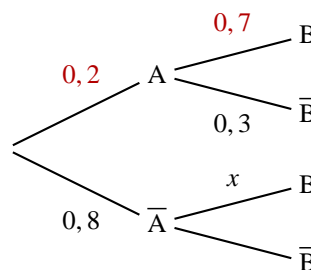
Pour l'union : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,4 + 0,6 - 0,1 = 0,9.$

5) Réponse c) :

$p(\bar{A} \cap B) = p(B) - p(A \cap B) \Leftrightarrow$

$0,8x = 0,78 - 0,2 \times 0,7 = 0,64 \Leftrightarrow$

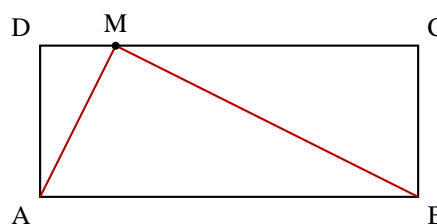
$x = \frac{0,64}{0,8} = 0,8$



EXERCICE 2

Rectangle

(3 points)



1) On obtient la figure suivante

2) $(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB}) = \underbrace{\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MC}}_{\text{colinéaires de sens contraire}} + \underbrace{\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{CB}}_{\overrightarrow{MD} \perp \overrightarrow{CB}} + \underbrace{\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{MC}}_{\overrightarrow{DA} \perp \overrightarrow{MC}} + \underbrace{\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CA}}_{\text{colinéaire de même sens}}$

$= -(1 \times 4) + 0 + 0 + 2 \times 2 = 0.$

3) $(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB}) = 0 \stackrel{\text{rel. Chasles}}{\Leftrightarrow} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB}.$

Le triangle ABM est rectangle en M.

EXERCICE 3

Triangle

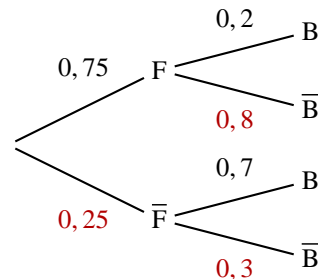
(2 points)

1) Relation d'Al-Kashi : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cos \widehat{BAC}.$

$$2) \cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \times AC} = \frac{6^2 + 3,6^2 - 4,3^2}{2 \times 6 \times 3,6} \approx 0,705 \Rightarrow \widehat{BAC} \approx 45^\circ$$

EXERCICE 4**Rayon bricolage****(5 points)**

- 1) $p(F) = 0,75$, $p_F(B) = 0,2$ et $p_{\bar{F}}(B) = 0,7$
- 2) $p(F \cap B) = p(F) \times p_F(B) = 0,75 \times 0,2 = 0,15$
- 3) $p(B) = p(F \cap B) + p(\bar{F} \cap B)$
 $= 0,15 + p(\bar{F}) \times p_{\bar{F}}(B) = 0,15 + 0,25 \times 0,7$
 $= 0,15 + 0,175 = 0,325$



- 4) $p_B(\bar{F}) = \frac{p(\bar{F} \cap B)}{p(B)} = \frac{0,175}{0,325} \approx 0,538$
- 5) $p_{\bar{B}}(F) = \frac{p(F \cap \bar{B})}{p(\bar{B})} = \frac{0,75 \times 0,8}{1 - 0,325} \approx 0,889$

À peu près 90 % des personnes ressortant sans article de bricolage sont des femmes.

EXERCICE 5**Jeu****(5 points)**

- 1) X peut prendre les valeurs : -3 , 2 et 27 .
- 2) Les boules étant indiscernables au toucher, la loi de probabilité est équiprobable. De plus les tirages étant avec remise, les tirages sont indépendants :

- $X = -3$, tirages sans boule verte : $p(X = -3) = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$
- $X = 2$, tirages avec une seule boule verte : $p(X = 2) = 2 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{25}$
- $X = 27$, tirages avec deux boules vertes : $p(X = 27) = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$.

On obtient la loi de probabilité de X :

x_i	-3	2	27
$p(X = x_i)$	$\frac{16}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{1}{25}$

$$3) E(X) = \frac{16(-3) + 8 \times 2 + 1 \times 27}{25} = -\frac{5}{25} = -0,2$$

Le jeu n'est pas favorable au joueur car $E(X) < 0$.

- 4) Soit A « le joueur gagne au moins une partie »

On passe par l'événement contraire \bar{A} : « le joueur ne gagne aucune partie ».

Les parties étant indépendantes, on a :

$$p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{16}{25}\right)^2 = \frac{25^2 - 16^2}{25^2} = \frac{339}{625} \approx 0,590.$$