

Contrôle de mathématiques

Lundi 11 mai 2026

EXERCICE 1

Jeu sur un téléphone

(5 points)

Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone.

Le but du jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types : "Terre", "Air" ou "Feu".

Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut, en cours de partie, conserver ce personnage ou en changer une seule fois.

Le jeu a été programmé de telle sorte que :

la probabilité que la partie débute avec un personnage "Terre" est 0,3 ;

la probabilité que la partie débute avec un personnage "Air" est 0,5 ;

si la partie débute avec un personnage "Terre", la probabilité qu'il soit conservé est 0,5 ;

si la partie débute avec un personnage "Air", la probabilité qu'il soit conservé est 0,4 ;

si la partie débute avec un personnage "Feu", la probabilité qu'il soit conservé est 0,9.

On note les événements suivants :

T : « La partie débute avec un personnage de type "Terre" »

A : « La partie débute avec un personnage de type "Air" »

F : « La partie débute avec un personnage de type "Feu" »

C : « Victor conserve le même personnage tout au long de la partie ».

- 1) Traduire cette situation par un l'arbre pondéré.
- 2) Calculer la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type "Air".
- 3) Montrer que la probabilité que Victor conserve son personnage est 0,53
- 4) On considère une partie au cours de laquelle Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie. Quelle est la probabilité que ce soit un personnage de type "Air".

EXERCICE 2

Compagnie de théâtre

(5 points)

Une compagnie est programmé au théâtre de Limoge. L'entrée plein tarif est de 30 €.

La théâtre propose les tarifs suivants. Chaque spectateur lance un dé bien équilibré.

- S'il obtient 6, le spectacle est gratuit.
- S'il obtient 2, le spectacle est à demi-tarif
- Sinon il paie le plein tarif.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque lancer de dé, associe le prix payé par le spectateur.

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X .
- 2) a) Calculer l'espérance mathématique de X .
b) Quelle recette peut espérer le théâtre si le théâtre de 1500 places est complet.
- 3) Calculer la variance et l'écart type de X .

EXERCICE 3

Permis de conduire

(5 points)

D'après le « bilan des examens du permis de conduire » pour l'année 2024 publiée par le ministère de l'Intérieur en 2025 :

- 60,28 % de tous les candidats se présentant à l'épreuve pratique du permis de conduire ont été reçus.
- 20 % des personnes qui se sont présentées à cette épreuve avaient suivi la filière de l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC),
- et parmi les candidats ayant suivi cette formation AAC, 75 % ont été reçus à l'examen.

On choisit au hasard l'un des candidats à l'épreuve du permis de conduire en 2023

On considère les événements suivants :

- A : « le candidat a suivi la filière AAC »;
- R : « le candidat a été reçu à l'examen ».

- 1) a) Donner les probabilités $p(A)$, $p_A(R)$ et $p(R)$.
 b) Traduire la situation par un arbre pondéré que l'on ne cherchera pas à compléter entièrement.
- 2) Calculer la probabilité que le candidat choisi soit une personne ayant suivi cette formation AAC et reçue à l'examen.
- 3) Montrer que $p_{\bar{A}}(R) = 0,566$ puis interpréter cette valeur dans le contexte de l'énoncé.
- 4) Compléter votre arbre.

EXERCICE 4

Divers

(5 points)

- 1) On donne $p(A) = 0,6$, $p(B) = 0,3$ et $p(\bar{A} \cap B) = 0,05$
 - a) Calculer $p(A \cap B)$
 - b) En déduire $p(A \cup B)$
- 2) On considère un dé fantaisiste, bien équilibré, dont les six faces sont marquées de la façon suivante : 1, 2, 2, 3, 4, 4
 On lance le dé et on appelle X la variable aléatoire associée au numéro de la face obtenue.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de X .
 - b) Calculer les valeurs exactes de $E(X)$ et $V(X)$.