

# Contrôle de mathématiques

Lundi 5 mars 2012

## Exercice 1

### ROC (3 points)

- 1) Démontrer que la fonction carré est décroissante sur  $\mathbb{R}_-$  et croissante sur  $\mathbb{R}_+$ .
- 2) On donne la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x^4 + 5x^2 + 1$ .
  - a) Montrer que la fonction  $f$  est paire.
  - b) Que peut-on dire de sa courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  ?

## Exercice 2

### Fonction du second degré (4 points)

On donne la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^2 - 20x + 16$ .

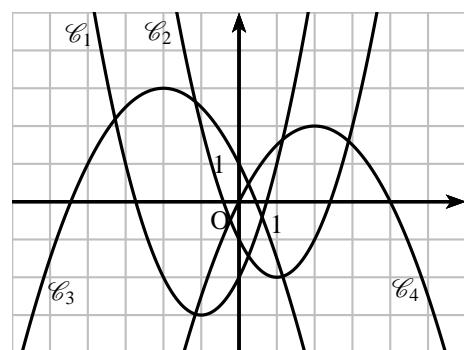
- 1) Montrer que la fonction  $f$  peut se mettre sous la forme :  $f(x) = (x - 10)^2 - 84$
- 2) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .
- 3) Comparer en expliquant pourquoi : a)  $f(7)$  et  $f(9)$  b)  $f(9)$  et  $f(12)$
- 4) Par quelle courbe est représentée la fonction  $f$ . Quels sont ses éléments caractéristiques ?

## Exercice 3

### Courbes (2 points)

Les fonctions indiquées sont définies sur  $\mathbb{R}$ . Attribuer à chacune de ses fonctions sa courbe représentative. On se justifiera.

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x^2 + 2x - 2 \\ f_2(x) &= -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 2 \\ f_3(x) &= (x - 1)^2 - 2 \\ f_4(x) &= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$



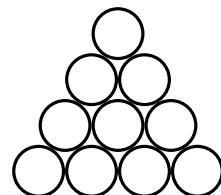
## Exercice 4

### Problème et algorithme (5 points)

Des tuyaux sont rangés comme indiqué ci-contre :

On veut savoir combien on peut faire de couches de tuyaux avec un nombre  $N$  de tuyaux donné.

Pour cela, on fait l'algorithme suivant :



**Variables :**  $N, I$   
**Algorithme :** Lire  $N$ .  
 $I \leftarrow 0$ .  
Tant que  $N > I$   
 $I \leftarrow I + 1$   
 $N \leftarrow N - I$   
FinTantque  
Afficher  $I$  et  $N$

- 1) Transcrire cet algorithme avec le langage de la TI 82.
- 2) Que représente  $I$  et  $N$  pour la dernière instruction : "Afficher  $I$  et  $N$ "  
A l'aide de votre calculatrice, répondre aux questions suivantes :
- 3) Combien de couches sont nécessaires pour ranger 153 tuyaux ? Même question avec 435 tuyaux.
- 4) Combien de couches peut-on faire avec 1000 tuyaux ? Combien reste-t-il de tuyaux ?

## Exercice 5

### Algorithme (2 points)

Soit l'algorithme ci-contre :

On rentre  $n = 7$ . Que voit-on à l'écran ?

On pourra s'aider en donnant la valeur du nombre  $A$  à chaque boucle

**Variables :**  $n, A, I$

**Algorithme :**

"Choisir un nombre compris entre 1 et 9."  
Lire  $n$ .  
 $A \leftarrow 0$ .  
Pour  $I$  de 1 à  $n$   
 $A \leftarrow 10 \times A + I$ .  
Afficher  $A$ .  
FinPour

## Exercice 6

### La méthode d'al-Khuwarizmi (4 points)

Pour déterminer une solution positive de l'équation :  $x^2 + 10x = 96$ , voici comment procédaient al-Khuwarizmi (mathématicien arabe du IX<sup>e</sup> siècle)

Diviser 10 par 2.  
Élever ce quotient au carré.  
Additionner ce carré à 96.  
Prendre la racine carrée de cette somme.  
Retrancher à ce résultat le quotient du début.

- 1) a) Prouver que l'équation  $x^2 + 10x = 96$  équivaut à :  $(x + 5)^2 = 121$
- b) En déduire la solution positive de cette équation et montrer que cet algorithme donne bien cette solution
- 2) Trouver, en utilisant la même méthode, une solution positive de l'équation :

$$x^2 + 8x = 2009$$