

Correction contrôle de mathématiques

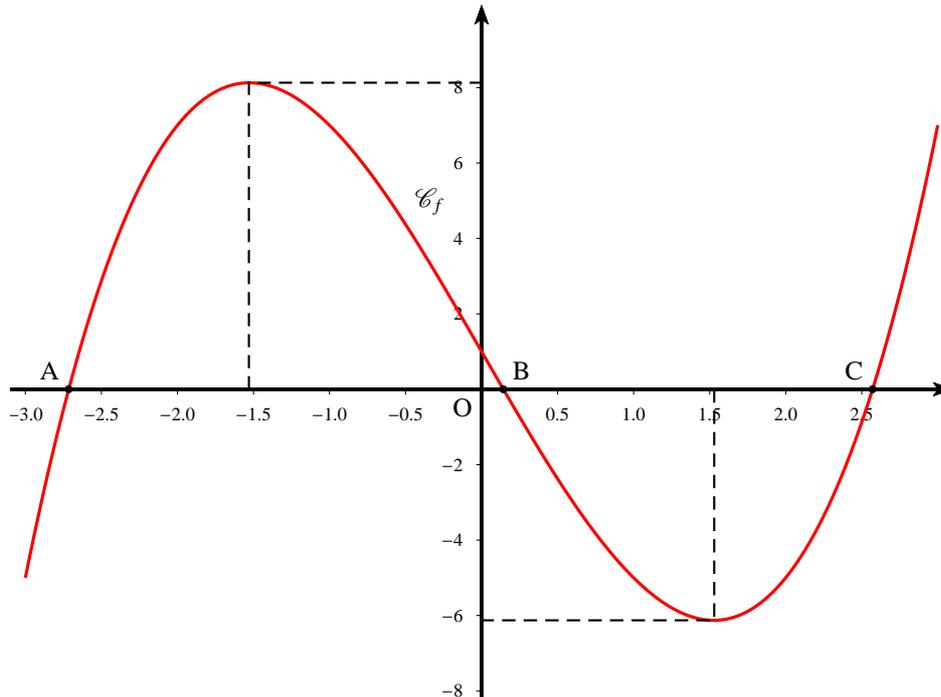
Du lundi 20 janvier 2014

EXERCICE 1

Avec la calculette

(5 points)

1) On obtient la représentation suivante :



2) On obtient le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$-1,53$	$1,53$	$+\infty$
$f(x)$		$8,13$	$-6,13$	

\nearrow \searrow \nearrow

3) a) Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$ on cherche les abscisses des points d'intersection entre la courbe \mathcal{C} et l'axe des abscisses. On trouve trois points d'intersection, il y a donc trois solutions.

b) Pour déterminer les valeurs approchées des abscisses des points A, B et C avec la calculette, on va dans [calculs] et on choisit "zero" et l'on sélectionne le curseur un peu avant puis un peu après. On trouve alors les valeurs approchées suivantes au centième :

$$x_A = -2,71 \quad x_B = 0,14 \quad x_C = 2,57$$

4) Pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$ on cherche les abscisses des points de la courbe \mathcal{C} qui sont au dessus ou sur l'axe des abscisses. On trouve alors :

$$S = [-2,71; 0,14] \cup [2,57; +\infty[$$

EXERCICE 2**Tableau de variation****(4 points)**

- 1) L'image de 5 est : 1 (on a $f(5) = 1$)
- 2) $f(3) > f(5)$ car la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[3 ; 5]$. On peut donc en déduire que : $a > 1$
- 3) $f(6) \in]1 ; 5[$ car la fonction f varie de 1 à 5 lorsque x varie de 5 à 7.
- 4) L'équation $f(x) = 4$ a :
 - 1 solution si $1 < a < 4$
 - 2 solutions si $a = 4$
 - 3 solutions si $a > 4$

EXERCICE 3**Proportionnalité****(1 point)**

On a :

- En 5 minutes, une machine d'imprimerie effectue le tirage de 50 journaux.
- Donc en $5 \times 3 = 15$ minutes, une machine d'imprimerie effectue le tirage de $50 \times 3 = 150$ journaux.
- Et donc en 15 minutes, 3 machines d'imprimerie effectue le tirage de $150 \times 3 = 450$ journaux.

EXERCICE 4**Fonction affine****(3,5 points)**

Si f est une fonction affine, f est du type : $f(x) = ax + b$. On détermine alors a et b dans chacun des cas proposés.

$$1) a = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{3 - (-7)}{5} = 2 \quad \text{et} \quad b = f(3) - 3a = 3 - 6 = -3$$

$$\text{On a donc : } f(x) = 2x - 3$$

$$2) a = \frac{g(3) - g(-6)}{3 - (-6)} = \frac{1 - 3}{9} = -\frac{2}{9} \quad \text{et} \quad b = g(3) - 3a = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\text{On a donc : } g(x) = -\frac{2}{9}x + \frac{5}{3}$$

$$3) a = \frac{h(4) - h(1)}{4 - 1} = \frac{-17 - (-2)}{3} = -5 \quad \text{et} \quad b = h(1) - a = -2 + 5 = 3$$

$$\text{On a donc : } h(x) = -5x + 3$$

$$4) a = \frac{k(5) - k(2)}{5 - 2} = \frac{k(5) - k(2)}{3} = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad b = k(1) - a = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{On a donc : } k(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

EXERCICE 5**Fonctions affines et droites****(1,5 points)**

On obtient l'expression des fonctions suivantes :

$$\bullet f_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \qquad \bullet f_2(x) = -x + 4 \qquad \bullet f_3(x) = 2x - 5$$

EXERCICE 6**Tarifs de bibliothèque****(5 points)**

- 1) a) $f(x) = 0,5x$
 b) $g(x) = 0,2x + 7,5$
 c) $h(x) = 15,5$
- 2) Voir annexe 2. Pour tracer les fonction f et g , on peut prendre les points suivants :
 - Pour f : passe par l'origine et $f(50) = 25$ donc $A(50;25)$
 - Pour g : $g(0) = 7,5$ et $g(50) = 17,5$ donc $B(0;7,5)$ et $C(50;17,5)$
- 3) a) D'après le graphique, on obtient :
 - Pour moins de 25 livres empruntés, le tarif le plus avantageux correspond à la formule 1.
 - Pour un nombre de livres empruntés compris entre 25 et 40, le tarif le plus avantageux correspond à la formule 2.
 - Au delà de 40 livres empruntés, le tarif le plus avantageux correspond à la formule 3
 b) La personne prendra :
 - La formule 3, si elle emprunte un livre par semaine (correspond à 52 livres annuels)
 - La formule 2, si elle n'emprunte qu'un livre tous les 15 jours (correspond à 26 livres). On peut noter qu'elle pourrait hésiter avec la formule 1, si elle pense ne pas emprunter des livres pendant les vacances par exemple.
- 4) On vérifie les résultats de la question 3a), en calculant les abscisses des points I et J.
 - Pour I, on a : $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0,5x = 0,2x + 7,5 \Leftrightarrow 0,3x = 7,5 \Leftrightarrow x = \frac{7,5}{0,3} = 25$
 - Pour J, on a : $g(x) = h(x) \Leftrightarrow 0,2x + 7,5 = 15,5 \Leftrightarrow 0,2x = 15,5 - 7,5 \Leftrightarrow x = \frac{8}{0,2} = 40$

Annexe 2 (Exercice 6)
(A rendre avec la copie)