# Correction contrôle de mathématiques
## Du jeudi 22 janvier 2015

## Exercice 1

**Résolution graphique** **(5 points)**

1) $D_f = [-5;\ 5]$

2) $f(-3) = -1,5$ et $f(0) = 1,5$

3) 3 a deux antécédents : 1 et 2,5 car $f(1) = 3$ et $f(2,5) = 3$

4) On a le tableau de variation suivant :

| $x$ | $-5$ | | $-2$ | | 1,75 | | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 1 | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | 3,5 | $\searrow$ | $-1$ |

5) Résoudre les équations et l'inéquation suivante :

a) $f(x) = 1$ : on cherche les abscisses des points d'intersection entre $\mathscr{C}_f$ et la droite d'équation $y = 1$. On trouve alors : $S = \{-5\,;-0,25\,;\ 3,5\}$

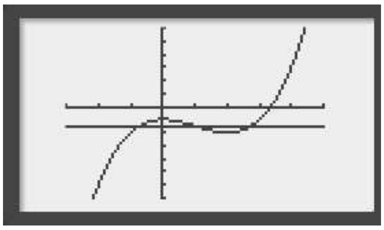
b) $f(x) = -3$ : Pas de solution car la courbe et la droite $y = -3$ n'a pas d'intersection. $S = \varnothing$

c) $f(x) \leqslant 0$ : On cherche les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ qui sont en dessous ou sur la droite des abscisses. On trouve $S = [-4,5\,;-0,5] \cup [4\,;\ 5]$

## Exercice 2

**Avec la calculette** **(5 points)**

1) On trouve la courbe suivante :



2) On trouve le tableau de variation suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $-1$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

3) a) L'équation $f(x) = 0$ admet qu'une solution car $\mathscr{C}_f$ ne coupe qu'une seule fois l'axe des abscisses.

b) $f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \simeq 1,678$

4) L'équation $f(x) = -1,5$ admet 3 solutions car la droite d'équation $y = 1,5$ coupe trois fois $\mathscr{C}_f$.

## EXERCICE 3

**Proportionnalité** **(1 point)**

*Problème dû au mathématicien italien du XVI^e siècle Tartaglia*

D'après l'énoncé

- 9 artisans boivent $\dfrac{12}{8}$ brocs par jour donc 1 artisan boit $\dfrac{12}{8} \times \dfrac{1}{9}$ brocs par jour
- 24 artisans boivent $\dfrac{12}{8}\times\dfrac{24}{9}$ brocs par jour et donc 24 artisans boivent $\dfrac{12}{8}\times\dfrac{24}{9}\times 30 = 120$ brocs en 30 jours

## EXERCICE 4

**Fonction affine** **(2 points)**

Déterminer les expressions des fonctions affines suivantes définie par :

1) $a = \dfrac{f(1) - f(-3)}{1 - (-3)} = \dfrac{-1 - (-3)}{4} = \dfrac{1}{2}$ et $b = f(1) - a \times 1 = -1 - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{3}{2}$

   donc $f(x) = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$

2) $a = \dfrac{g(4) - g(-1)}{4 - (-1)} = \dfrac{-2 - 4}{5} = -\dfrac{6}{5}$ et $b = g(4) - a \times 4 = -2 + \dfrac{6}{5} \times 4 = \dfrac{14}{5}$

   donc $g(x) = -\dfrac{6}{5}x + \dfrac{14}{5}$

## EXERCICE 5

**Fonctions affines et droites** **(2 points)**

On trouve : $f_1(x) = \dfrac{5}{3}x - 1$ , $f_2(x) = -2x + 3$ , $f_3(x) = -\dfrac{1}{2}x + 2$ , $f_4(x) = -2$

## EXERCICE 6

**Vidéo Club** **(5 points)**

1) $f(x) = 2,5x$ , $g(x) = 1,5x + 30$ , $h(x) = 90$

2) On obtient les points extrêmes suivants :

| $x$ | $f(x)$ | $g(x)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 30 |
| 50 | 125 | 105 |

3) a) Pour 45 dvds, le client devrait choisir le tarif C

   b) Pour un budjet de 50 € le client devra choisir le tarif A qui lui permettra de louer 20 dvds au lieu de 13 avec le tarif A

   c) Le tarif B est plus avantageux entre 30 et 40 dvds loués.
   Par le calcul, il faut résoudre : $g(x) < f(x)$ et $g(x) < 90$

$$30 + 1,5x < 2,5x \quad \Leftrightarrow \quad -x < -30 \quad \Leftrightarrow \quad x > 30$$
$$30 + 1,5x < 90 \quad \Leftrightarrow \quad 1,5x < 60 \quad \Leftrightarrow \quad x < 40$$

4) a) $k(10) = 60$ et $k(50) = 140$ avec $k(x) = ax + b$

$$a = \frac{k(50) - k(10)}{50 - 10} = \frac{140 - 60}{40} = 2 \quad \text{et} \quad b = k(10) - 10a = 60 - 20 = 40$$

donc $k(x) = 2x + 40$

b) 40 € d'abonnement et 2 € par dvd loué

c) Ce tarif ne concurrence pas les autres tarifs car lorsque l'on trace la représentation de la fonction $k$, celle-ci n'est jamais en dessous des autres.
Pour la représentation de $k$, on peut prendre les points $(0\,;40)$ et $(40\,;120)$