

# Equations de droites

## I- Introduction

### 1) Equation d'une droite

Dans un repère  $(O, I, J)$  on donne les points  $A(2; 1)$  et  $B(6; -1)$ .

Soit  $M(x; y)$  un point de la droite  $(AB)$ , en utilisant l'alignement des points  $A$ ,  $B$  et  $M$  trouver une relation entre  $x$  et  $y$ .

### 2) Ensemble de points

Réciproquement : On considère l'ensemble des points  $M(x; y)$  du plan tels que  $y = 2x - 1$   
Quelle est la nature de cet ensemble ?

### 3) Cas particulier

Soit  $C(2; -3)$ . Déterminer l'équation de la droite  $(AC)$ .

## II- Equation d'une droite

### 1) Equation réduite d'une droite

#### Propriété

Une droite  $\mathcal{D}$  du plan admet une équation de la forme  $y = ax + b$  ou  $x = c$ .

Cette équation est l'équation réduite de  $\mathcal{D}$ .

$a$  est le coefficient directeur de  $\mathcal{D}$  et  $b$  l'ordonnée à l'origine.

#### Propriété

- Réciproquement : L'ensemble des points  $M$  du plan de coordonnées  $(x; y)$  vérifiant  $y = ax + b$  est une droite coupant l'axe des ordonnées.
- L'ensemble des points  $M$  du plan de coordonnées  $(x; y)$  vérifiant  $x = c$  est une droite parallèle à l'axe des ordonnées.

### 2) Tracer une droite dont on connaît l'équation

Exemple 1:

Représenter graphiquement dans un même repère les droites suivantes :

1)  $\mathcal{D}_1 : y = -3x + 1$

2)  $\mathcal{D}_2 : x = 2$

3)  $\mathcal{D}_3 : y = 4$

4)  $\mathcal{D}_4 : y = \frac{3}{2}x - 2$

### 3) Un point appartient-il à une droite donnée

Exemple 2:

Les points  $A(5; 10, 3)$  et  $B(4, 3; 9)$  appartiennent-ils à la droite

$\mathcal{D}$  d'équation  $y = 2x + 0, 4$ .

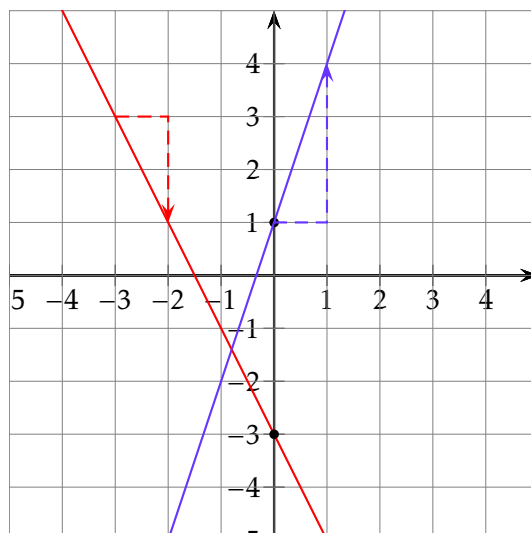
Exemple 3:

Écrire un algorithme qui teste l'appartenance d'un point  $(X; Y)$  donné à la droite d'équation  $y = ax + b$  donnée.

#### 4) Déterminer l'équation réduite d'une droite

##### a) Graphiquement

Déterminer graphiquement l'équation réduite des droites tracées ci-dessous.

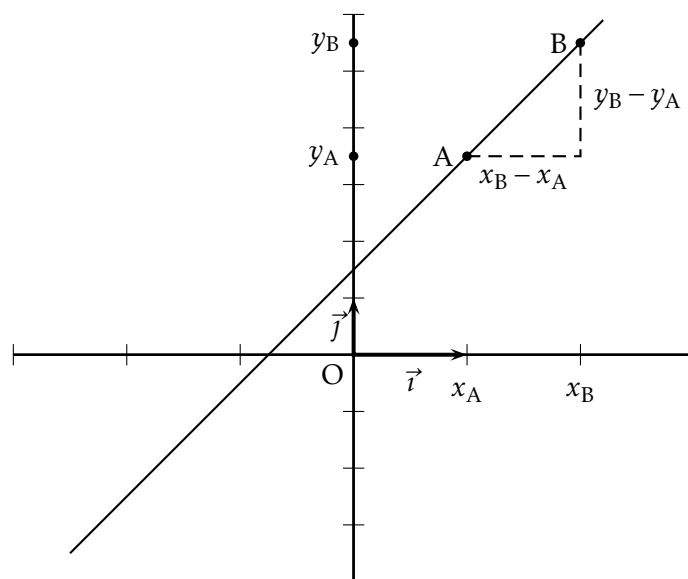


##### b) Par le calcul

###### Propriété

Soit  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  deux points distincts d'une même droite  $\mathcal{D}$  non parallèle à  $(Oy)$  alors son coefficient directeur  $a$  est :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$



$$a = \text{pente} = \frac{\text{variation verticale}}{\text{variation horizontale}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

##### Exemple 4:

Déterminer les équations réduites des droites (AB) et (CD) sachant que  $A(2; -1)$ ,  $B(-4; -4)$ ,  $C(4; 2)$  et  $D(-2; -2)$ .

### III- Position relative de 2 droites

#### 1) Droites parallèles

##### a) Exemple

Soit  $A(1; -3)$  et  $B(-2; 3)$  et  $(d)$  la droite d'équation  $y = -2x + 3$ .

- 1) Tracer dans un même repère les droites  $(AB)$  et  $(d)$ . Que remarque-t-on ?
- 2) Déterminer l'équation réduite de  $(AB)$ .
- 3) Comment peut-on caractériser le parallélisme de  $(AB)$  et de  $(d)$

##### b) Théorème

###### Théorème

Deux droites d'équations respectives  $y = ax + b$  et  $y = a'x + b'$  sont parallèles si et seulement si  $a = a'$ .

##### c) Exercices

###### Exemple 5:

Déterminer parmi les droites suivantes celles qui sont parallèles.

$d_1 : y = 2x + 4$ ,  $d_2 : y = -3x + 4$ ,  $d_3 : y = 5$ ,  $d_4 : y = 2x + 5$  et  $d_5 : y = -3x + 5$

###### Exemple 6:

Soit  $A(-2; 5)$  et  $d : y = 3x - 1$ .

Déterminer l'équation réduite de la droite  $d'$  parallèle à  $d$  passant par  $A$ .

#### 2) Droites sécantes

##### a) Exemple

Vérifier que les droites suivantes sont sécantes puis déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

$\mathcal{D}_1 : y = -x + 2$ ,  $\mathcal{D}_2 : y = 3x - 1$ , et  $\mathcal{D}_3 : x = -1$ .

##### b) Exercice

Soit  $A(1; 4)$ ,  $B(5; 2)$  et  $C(1; -2)$ .

- 1) Calculer les coordonnées des points  $I$  et  $J$  milieux respectifs des segments  $[AB]$  et  $[AC]$ .
- 2) Déterminer l'équation réduite des droites  $(BJ)$  et  $(CI)$ .
- 3) En déduire les coordonnées du point  $G$  centre de gravité du triangle  $ABC$ .

### IV- Systèmes linéaires

#### 1) Définition

###### Définition

- Un système linéaire de 2 équations à 2 inconnues est de la forme

$$(S) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

- Résoudre un tel système c'est trouver tous les couples  $(x; y)$  qui vérifient en même temps les 2 équations

**Exemple 7:**

Les couples  $(5; 2)$  et  $(-1; 6)$  sont-ils solutions du système  $(S) \begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ 7x - 4y = -31 \end{cases}$

**2) Résoudre graphiquement un système****Exemple 8:**

Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ -x + y = -1 \end{cases}$$

**3) Résolution par le calcul****a) Méthode par substitution****Exemple 9:**

Résoudre par substitution les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x + 2y = -4 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} 6x + 5y = 8 \\ x - 2y = 7 \end{cases} \quad (S_3) \begin{cases} -4x + y = -12 \\ 3,2x - 1,5y = 4 \end{cases} \quad (S_4) \begin{cases} 3x - y = 2 \\ 7x + 3y = 5 \end{cases}$$

**b) Méthode par addition, soustraction****Exemple 10:**

Résoudre par addition ou soustraction sur les lignes les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 5x - 3y = 4 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} 4x + y = 7 \\ -3x - y = 2 \end{cases}$$

**c) Méthode par combinaisons****Exemple 11:**

Résoudre par combinaisons les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 2x + 7y = -5 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} 6x + 5y = 2 \\ 7x - 2y = -13 \end{cases} \quad (S_3) \begin{cases} 2x + 4y = -7 \\ -4x + 2y = 11 \end{cases} \quad (S_4) \begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ 7x + 4y = -8 \end{cases}$$