

# Correction de l'épreuve du groupe 3

## Mercredi 30 Avril 2014

### Première partie (13 points)

#### Partie A - Optimisation du volume d'un moule

- 1) Comme on découpe des petits carrés de côté  $x$  sur la plaque que l'on plie, les côtés diminuent de  $2x$  et la hauteur du pavé droit est de  $x$ . Le volume  $V(x)$  du pavé droit en fonction de  $x$  vaut :  $V(x) = x(10 - 2x)^2$ .

Pour trouver la courbe représentant  $V$ , on applique par exemple deux critères :

- $V(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $10 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = 5$

La courbe coupe l'axe des abscisses en 0 et 5. Cela ne peut être que les graphiques 2 ou 4.

- $V(2) = 2(10 - 4)^2 = 72$ , la courbe passe par le point de coordonnées  $(2; 72)$ . Cela ne peut être que le graphique 2.

Le volume du moule est représenté par le graphique 2.

- 2) Graphiquement le volume maximal est obtenu pour  $x$  compris en 1 cm et 2 cm.

**Remarque :** Une étude plus poussée de la fonction donne  $x = \frac{5}{3}$

#### Partie B - Optimisation de la disposition des moules sur les plaques de cuisson

Il faut calculer l'encombrement d'un moule :  $7 + 1 = 8$  cm.

A l'encombrement de 8 cm il faut rajouter 1 cm supplémentaire pour avoir 1 cm sur le dernier bord de la plaque de cuisson.

- Pour la longueur, en tenant compte de ce cm supplémentaire, on a :

$$\frac{70 - 1}{8} = \frac{69}{8} = 8,625$$

- Pour la largeur, en tenant compte de ce cm supplémentaire, on a :

$$\frac{40 - 1}{8} = \frac{39}{8} = 3,875$$

On peut donc mettre au maximum  $8 \times 3 = 24$  moules sur une plaque de cuisson.

## Partie C - Optimisation du coût du chocolat

- 1) On utilise la proportionnalité de la masse en fonction du nombre de personnes.  
Soit  $m$  la masse de chocolat nécessaire pour 17 personnes :

$$m = \frac{200}{4} \times 17 = 850 \text{ g}$$

- 2) a) Pour déterminer le prix le plus avantageux pour avoir au moins 850 g de chocolat, on détermine le nombre de tablettes nécessaires puis son prix. On peut par exemple remplir le tableau suivant :

	Dégustation	Saveur	Pâtissier	Intense	À cuisiner
Nbre de tablettes	6	5	5	9	5
Prix (en €)	12,60	14	13,10	12,24	14,05

Il doit donc choisir le « Chocolat Intense ».

- b) Si le prix du « Chocolat Dégustation » baisse de 5 %, son prix devient alors :

$$12,60 \times 0,95 = 11,97 \text{ €}$$

Ce « Chocolat Dégustation » devient alors plus avantageux.

## Deuxième partie (13 points)

### EXERCICE 1

- 1) **Affirmation 1 fausse** : Le périmètre et l'aire d'un rectangle ne varient pas nécessairement dans le même sens. Pour un rectangle donné, on appelle  $p$  son périmètre et  $\mathcal{A}$  son aire :

Contre-exemple :

- Soit un rectangle de dimension  $6 \times 1$  :

$$p_1 = 2(6 + 1) = 14 \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_1 = 6 \times 1 = 6$$

- Soit un rectangle de dimension  $4 \times 2$  :

$$p_2 = 2(4 + 2) = 12 \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_2 = 4 \times 2 = 8$$

On a  $p_1 > p_2$  et  $\mathcal{A}_1 < \mathcal{A}_2$ .

- 2) **Affirmation 2 vraie** : Si l'on divise par 2 l'arête d'un cube, son volume est divisé par  $2^3 = 8$ . Le nombre de sac de ciment est donc divisé par 8. Il faut donc  $\frac{40}{8} = 5$  sacs de ciment pour un cube de 50 cm d'arête.

- 3) **Affirmation 3 vraie** : Soit  $A = \overline{ab}$  et  $B = \overline{ba}$  deux nombres de deux chiffres  $a$  et  $b$  inversés. On a alors :

$$A + B = \overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a + b)$$

$A + B$  est donc divisible par 11.

- 
- 4) **Affirmation 4 fausse** : On considère les coefficient multiplicateur  $CM_1$  lié à une baisse de 30 % et  $CM_2$  lié à la hausse de 30 % de la masse de l'ourson. On a alors :  $CM_1 = 0,7$  et  $CM_2 = 1,3$ .

Le coefficient multiplicateur total est alors :

$$CM_T = CM_1 \times CM_2 = 0,7 \times 1,3 = 0,91$$

Globalement l'ourson à la fin du printemps, aura perdu 9 % de la masse qu'il avait au début de l'hiver.

- 5) **Affirmation 5 fausse** : Même chose que l'affirmation 2. si les dimensions du cône sont divisé par 2, son volume est divisé par 8. Le volume du liquide du verre ne représente que le huitième du volume total du verre.

---

## EXERCICE 2

- 1) Il faut convertir :  $1 \text{ T} = 1000 \text{ kg}$  et  $100 \text{ km/h} = \frac{100}{3,6} \text{ m/s}$ .

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times \frac{100}{3,6} \approx 13\,889 \text{ J}$$

- 2) L'énergie cinétique n'est pas proportionnelle à la vitesse mais à la vitesse au carré. En effet si la vitesse double alors l'énergie cinétique quadruple.

---

## EXERCICE 3

- 1) Comme la probabilité sur une naissance d'avoir un garçon est de 0,5, la probabilité sur deux naissance d'avoir deux garçons est de  $0,5^2 = 0,25$ .
- 2) La probabilité est basé sur la loi des grands nombres. On constate sur le graphique que le pourcentage des familles de deux enfants, ayant deux garçons, se stabilise pour un nombre de familles interrogées important à un peu plus de 25 %. Cela est en accord avec la probabilité calculée à la question 1).

---

## EXERCICE 4

- 1) a) On peut saisir dans E9 la formule :  $\boxed{= B9 + C9 + D9}$  ou  $\boxed{= SOMME(B9 : D9)}$

b) On peut saisir dans B14 la formule :  $\boxed{= MOYENNE(B9 : B13)}$ .

- 2) • On additionne les trois temps :  $25 + 68 + 40 = 133 \text{ min} = 2,22 \text{ h}$ .
- On additionne les trois distances :  $1,5 + 40 + 10 = 51,5 \text{ km}$ .
- On calcule la vitesse moyenne :  $v \approx \frac{51,5}{2,22} \approx 23,2 \text{ km/h}$