

Les pavages du plan

Table des matières

1	Pavage du plan	2
1.1	Pavage régulier	2
1.2	Pavage régulier avec des polygones réguliers	2
1.3	Avec plusieurs polygones réguliers	3

1 Pavage du plan

Définition 1 : Pavage.

Partition du plan en parties isométriques deux à deux.
Ces parties identiques s'appellent « pavés » ou « tuiles » dans le cas d'un plan.

1.1 Pavage régulier.

Définition 2 : Un pavage est régulier si et seulement si

- le sommet d'un polygone n'est en contact qu'avec le sommet d'un autre polygone.
- La configuration autour de chaque sommet ou noeud du pavage est la même.

Remarque : On pourra analyser un pavage régulier soit :

- en isolant un motif tel que, lorsqu'on le transforme par translation, il permette de reconstituer le pavage ; ce motif s'appelle motif **translatable**.
- en isolant un motif d'aire minimale qui permet de reconstituer le motif translatable quand on lui applique différentes isométries.

1.2 Pavage régulier avec des polygones réguliers.

Soit p le nombre de polygones réguliers de n côtés associés pour faire un noeud.
Soit α l'angle que forme les côtés de ce polygone.

$$\text{On doit avoir : } p\alpha = 360^\circ \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{n-2}{n} \times 180$$

Comme n est supérieur ou égale à 3 (triangle équilatéral), on a :

$$\alpha \geq 60^\circ \Leftrightarrow p \leq \frac{360}{60} \Leftrightarrow p \leq 6$$

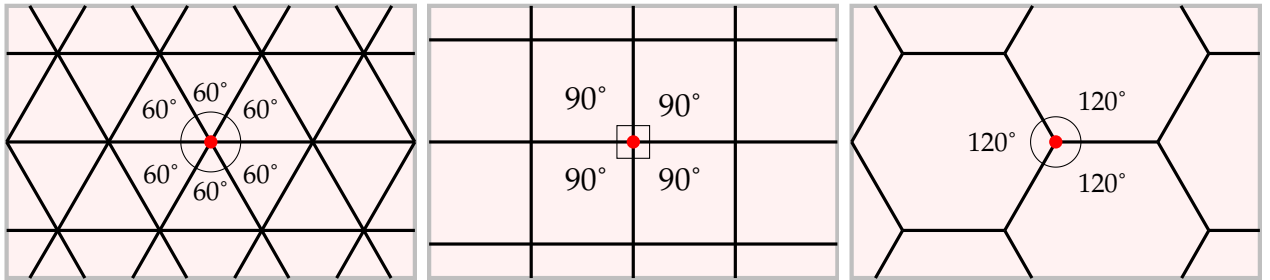
De plus comme l'angle est inférieur à 180° ,

$$\alpha < 180^\circ \Leftrightarrow p > \frac{360}{180} \Leftrightarrow p > 2$$

Il reste ainsi 4 possibilités que nous allons étudier.

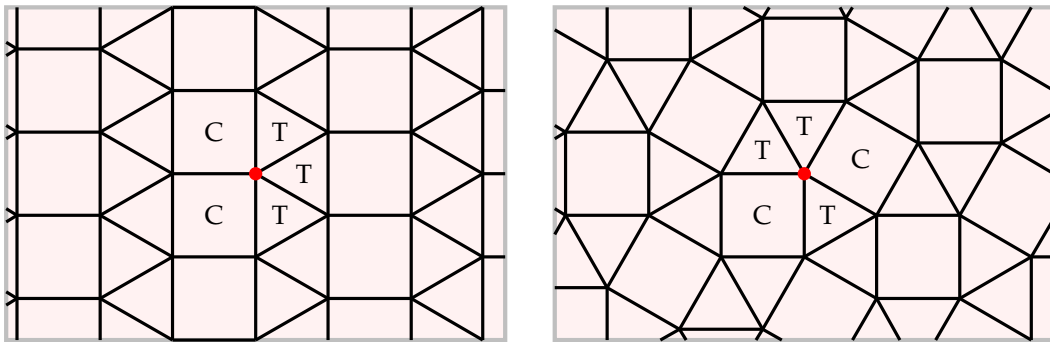
Valeur de p	Mesure de α en degré	Noeud du pavage formé de :
$p = 3$	120	3 hexagones réguliers
$p = 4$	90	4 carrés
$p = 5$	72	n non entier
$p = 6$	60	6 triangles équilatéraux

Il existe que trois pavage à l'aide de polygones réguliers.

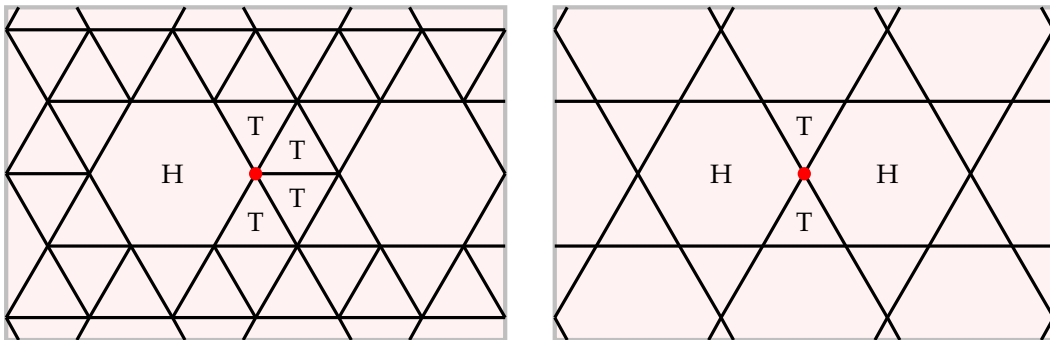


1.3 Avec plusieurs polygones réguliers

- Autour de chaque nœud : 2 carrés et 3 triangles



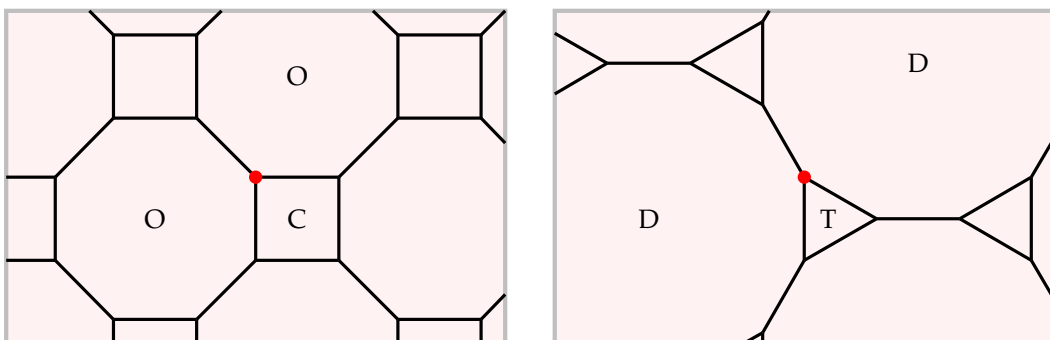
- Autour de chaque nœud :



1 hexagone et 4 triangles

2 hexagones et 2 triangles

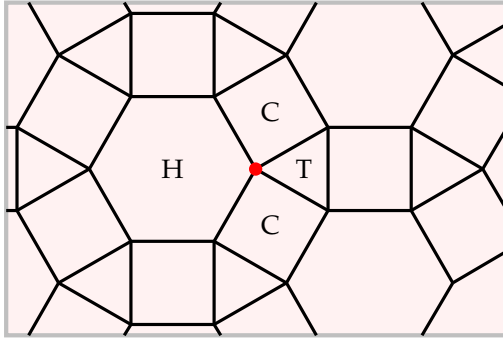
- Autour de chaque nœud :



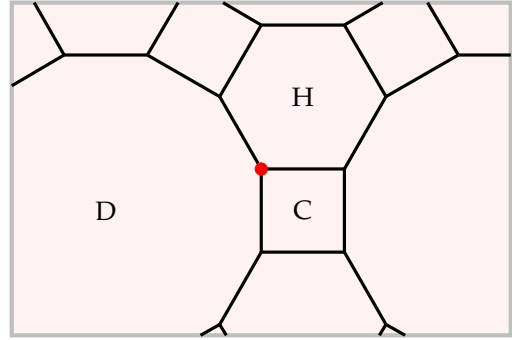
2 octogones et 1 carré

2 dodecagones et 1 triangle

- Autour de chaque nœud :



1 hexagone, 1 carré et 1 triangle



1 dodécagone, 1 hexagone et 1 carré