

Les nombres aux cycles 2 et 3

1 Cycle 2 : Connaissance des nombres entiers naturels

Avant d'arriver au cycle 2, les élèves ont déjà acquis certaines compétences dans l'utilisation des nombres. Celles-ci doivent être prises en compte et stabilisées : maîtrise de la comptine orale, utilisation du dénombrement, mise en relation des nombres dits et de leur écriture chiffrée.

Sur la base des acquis de l'école maternelle, dès le début du cycle 2, les activités peuvent se situer dans un domaine numérique relativement étendu (jusqu'à vingt ou trente), sans que cela nécessite une maîtrise complète des écritures chiffrées.

Dans une première étape, les élèves prennent conscience du fait que les nombres permettent de résoudre certains problèmes. Puis, progressivement, ils construisent leurs premières connaissances relatives à la numération décimale dont une bonne maîtrise est décisive pour l'apprentissage du calcul. La capacité à connaître la valeur d'un chiffre en fonction de sa position dans l'écriture d'un nombre constitue un objectif essentiel. Le vocabulaire (dizaine, centaine) est toujours explicité par des expressions du type « paquet de dix, paquet de cent », plus accessibles aux élèves.

Une première structuration du domaine numérique doit être construite au cycle 2. D'une part, les élèves construisent leurs premières connaissances sur la comparaison des nombres, en appui à la fois sur leur aspect cardinal (4 c'est moins que 7) et sur leur aspect ordinal (4 est situé avant 7 dans la suite des nombres). D'autre part, ils élaborent les premières relations additives et multiplicatives entre des nombres d'usage courant, au travers des activités de calcul mental.

Le recours à la monnaie (en euros) comme support d'activités, notamment pour la pratique d'échanges, favorise à la fois un travail sur la compréhension de la numération et la connaissance des pièces et billets en usage.

Les connaissances sur les nombres entiers naturels (inférieurs à mille) concernent

- le dénombrement des éléments d'une collection, en particulier par recours à des groupements ou des échanges par dizaines ou par centaines,
- la numération décimale : valeur des chiffres en fonction de leur position, suite des nombres,
- la mise en relation des désignations écrites (en chiffres et en lettres) et parlées des nombres,
- l'ordre sur les nombres : comparaison, rangement,
- les relations arithmétiques entre les nombres : doubles et moitiés de nombres d'usage courant...

2 Connaissance des nombres entiers naturels (connaissances acquises en fin de cycle 2)

- a) Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels (inférieurs à 1000)
- dénombrer et réaliser des quantités en utilisant le comptage un à un ou des groupements et des échanges par dizaines et centaines,
 - comprendre et déterminer la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture décimale d'un nombre,
 - produire des suites orales et écrites de nombres de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100 (en avant et en arrière, à partir de n'importe quel nombre), en particulier citer le nombre qui suit ou qui précède un nombre donné,
 - associer les désignations chiffrées et orales des nombres.
- b) Ordre sur les nombres entiers naturels
- comparer, ranger, encadrer des nombres (en particulier entre deux dizaines consécutives ou entre deux centaines consécutives),
 - situer des nombres (ou repérer une position par un nombre) sur une ligne graduée de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100.
- c) Relations arithmétiques entre les nombres entiers naturels
- connaître les doubles et moitiés de nombres d'usage courant : doubles des nombres inférieurs à 10, des dizaines entières inférieures à 100, moitié de 2, 4, 6, 8, 10, 20, 40, 60, 80,
 - connaître et utiliser les relations entre nombres d'usage courant : entre 5 et 10 ; entre 25 et 50 ; entre 50 et 100 ; entre 15 et 30, entre 30 et 60 ; entre 12 et 24.

3 Cycle 3

- a) Connaissance des nombres entiers naturels.

Les connaissances relevant de ce domaine doivent être bien maîtrisées à la fin de l'école primaire. L'étude organisée des nombres se limite aux nombres de la classe des millions, mais des nombres plus grands peuvent être rencontrés. À la fin du cycle 3, les élèves doivent maîtriser la lecture et l'écriture des nombres entiers naturels. Ils doivent comprendre les principes de la numération décimale, en particulier que la valeur des chiffres dépend de leur position dans l'écriture des nombres, en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent.

Ils doivent également maîtriser la comparaison et le rangement de ces nombres et avoir travaillé sur le placement exact ou approché de nombres sur une droite graduée, en relation avec la proportionnalité. Le travail sur les graduations sera réinvesti ensuite dans l'étude des nombres décimaux.

Une bonne maîtrise des relations entre des nombres d'usage fréquent permet de structurer le domaine numérique. Elle fournit des points d'appui pour le calcul mental, notamment pour le calcul approché, et constitue une première approche de l'arithmétique qui sera poursuivie au collège.

Les connaissances relatives aux nombres entiers naturels concernent :

- la numération décimale : valeur des chiffres en fonction de leur position, suites de nombres,
- les désignations écrites (en chiffres et en lettres) et parlées des nombres,
- la comparaison et le rangement de nombres, le placement de nombres sur une droite graduée,
- les relations arithmétiques entre les nombres : doubles, moitiés, quadruples, quarts, triples, tiers..., notamment entre nombres d'usage courant, la notion de multiple (multiples de 2, 5 et 10).

b) Connaissance des fractions simples et des nombres décimaux.

Au cycle 3, les élèves mettent en place une première maîtrise des fractions et des nombres décimaux : compréhension de leurs écritures, mise en relation des écritures à virgule avec des sommes de fractions décimales, comparaison des nombres décimaux, utilisation de graduations. Leur étude sera poursuivie au collège.

Les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de nouveaux nombres, utiles pour traiter des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante : problèmes de partage, de mesure de longueurs ou d'aires, de repérage d'un point sur une droite. Les fractions sont essentiellement introduites, au cycle 3, pour donner du sens aux nombres décimaux.

La compréhension des nombres décimaux est favorisée par la comparaison de certaines de leurs propriétés avec celles des nombres entiers : la notion de « nombres consécutifs » a du sens avec les nombres entiers, elle n'en a plus avec les nombres décimaux, intercaler un nombre entre deux décimaux est toujours possible (ce qui n'est pas vrai pour deux nombres entiers), le nombre de chiffres de l'écriture décimale est un critère de comparaison de deux nombres entiers et ne l'est plus pour deux nombres décimaux. Concernant les écritures à virgule des nombres décimaux, les élèves doivent comprendre que la valeur d'un chiffre dépend de sa position : cette valeur se définit notamment par rapport à l'unité (le dixième et le centième représentent dix fois moins et cent fois moins que l'unité) et par rapport à celle des chiffres voisins (le centième représente dix fois moins que le dixième).

Dans les situations où des décimaux sont utilisés, on rendra les élèves attentifs au choix des décimales pertinentes.

Les connaissances relatives aux fractions et aux nombres décimaux concernent :

- les fractions simples : utilisation, écriture, encadrement entre deux nombres entiers successifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1,
- les nombres décimaux : utilisation, valeur des chiffres en fonction de leurs positions dans une écriture à virgule, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire (fractions décimales) et inversement, suites de nombres décimaux, lien entre désignations orales et écritures chiffrées,
- la comparaison, le rangement, l'intercalation, l'encadrement de nombres décimaux, leur placement sur une droite graduée,
- la valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

4 Connaissances acquises en fin de cycle 3

a) Connaissance des nombres entiers naturels.

Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels

- déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position,
- donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000..., et retrouver l'écriture d'un nombre à partir d'une telle décomposition,
- produire des suites orales et écrites de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100, à partir de n'importe quel nombre,
- associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres) pour des nombres jusqu'à la classe des millions.

Ordre sur les nombres entiers naturels

- comparer des nombres, les ranger en ordre croissant ou décroissant, les encadrer entre deux dizaines consécutives, deux centaines consécutives, deux milliers consécutifs...,
- utiliser les signes $<$ et $>$ pour exprimer le résultat de la comparaison de deux nombres ou d'un encadrement,
- situer précisément ou approximativement des nombres sur une droite graduée de 10 en 10, de 100 en 100. . .

Structuration arithmétique des nombres entiers naturels

- connaître et utiliser des expressions telles que : double, moitié ou demi, triple, tiers, quadruple, quart ; trois quarts, deux tiers, trois demis d'un nombre entier,
- connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 75, 100 ; entre 50, 100, 200, 250, 500, 750, 1 000 ; entre 5, 15, 30, 45, 60, 90,
- reconnaître les multiples de 2, de 5 et de 10.

b) Connaissance des fractions simples et des nombres décimaux Fractions

- utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder des mesures de longueurs ou d'aires, une unité étant choisie, ou pour construire un segment (ou une surface) de longueur (ou d'aire) donnée,
- nommer les fractions en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième . . . ,
- encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs,
- écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1

Désignations orales et écrites des nombres décimaux

- déterminer la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position,
- passer, pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement),
- utiliser les nombres décimaux pour exprimer la mesure de la longueur d'un segment, celle de l'aire d'une surface (une unité étant donnée), ou pour repérer un point sur une droite graduée régulièrement de 1 en 1,

- écrire et interpréter sous forme décimale une mesure donnée avec plusieurs unités (et réciproquement),
- produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000... et 0,1 ; 0,01 ; 0,001...,
- produire des suites écrites ou orales de 0, i en 0,1, de 0,01 en 0,01...,
- associer les désignations orales et l'écriture chiffrée d'un nombre décimal.

Ordre sur les nombres décimaux

- comparer deux nombres décimaux donnés par leurs écritures à virgule,
- encadrer un nombre décimal par deux entiers consécutifs ou par deux nombres décimaux,
- intercaler des nombres décimaux entre deux nombres entiers consécutifs ou entre deux nombres décimaux,
- utiliser les signes < et > pour exprimer le résultat de la comparaison de deux nombres ou d'un encadrement,
- donner une valeur approchée d'un nombre décimal à l'unité près, au dixième ou au centième près,
- situer exactement ou approximativement des nombres décimaux sur une droite graduée de 1 en 1, de 0,1 en 0,1.

Relations entre certains nombres décimaux

- connaître et utiliser des écritures fractionnaires et décimales de certains nombres :
 $0,1$ et $\frac{1}{10}$; $0,01$ et $\frac{1}{100}$; $0,5$ et $\frac{1}{2}$; $0,25$ et $\frac{1}{4}$; $0,75$ et $\frac{3}{4}$,
- connaître et utiliser les relations entre $\frac{1}{4}$ (ou 0,25) et $\frac{1}{2}$ (ou 0,5), entre $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{10}$, entre $\frac{1}{1000}$ et $\frac{1}{100}$.