Le théorème de Thalès

EXERCICE 1

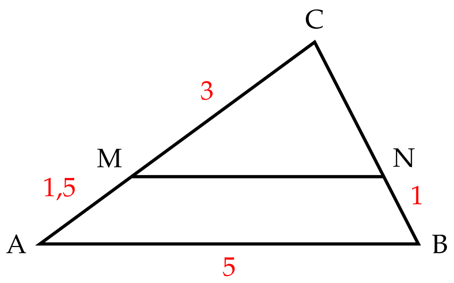
Cours

1) Citez le théorème des milieux et sa réciproque .
2) Citez le théorème de Thalès et sa réciproque
3) Un segment étant donné, comment le diviser en 5 parties ?
4) Quel est le principe d'un guide âne ?

Théorème de Thalès

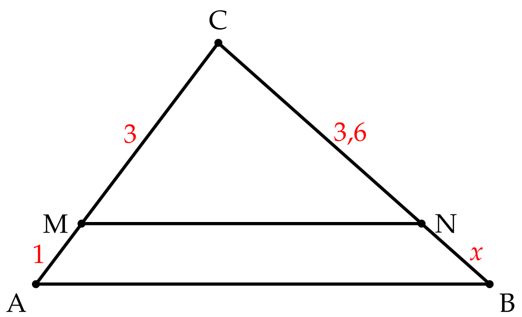
EXERCICE 2

Dans la figure ci-dessous, on a (MN) // (AB). A l'aide des indications portées sur la figure, calculer CN et MN.



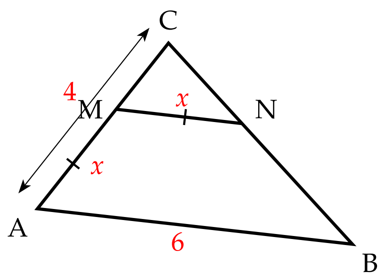
EXERCICE 3

Dans la figure ci-dessous, on a (MN) // (AB). Calculer x.



EXERCICE 4

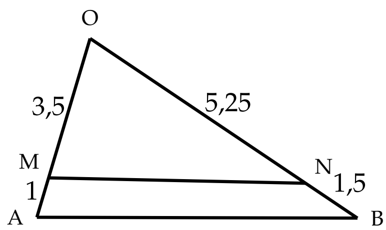
Dans la figure ci-dessous, on a (MN) // (AB). Calculer x sachant que $AC = 4$.



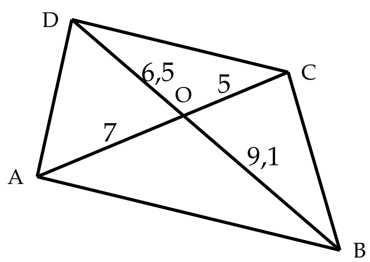
EXERCICE 5

Réciproque du théorème de Thalès.

1. Montrer que (AB) et (MN) sont parallèles ?



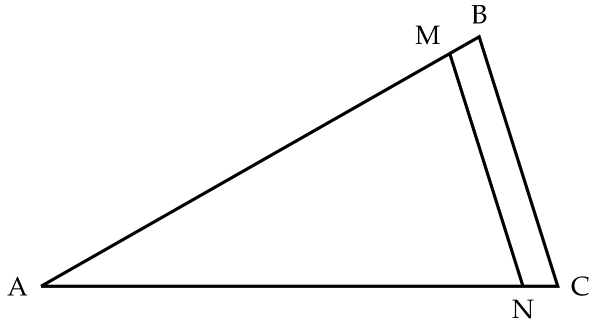
2. ABCD est-il un trapèze ?



3. Sur la figure ci-dessous les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés. La figure n'est pas à l'échelle.

   On donne AM $=$ 1,000 001 ; AB $=$ 1,000 002 ; AC $=$ 1,000 001 et AN $=$ 1

   On voudrait savoir si les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Deux élèves réfléchissent à la question. L'un prétend que les droites sont parallèles, l'autre affirme le contraire. Lequel a raison ?



EXERCICE 6

Dans un triangle équilatéral

1) Construire un triangle équilatéral ABC tel que AB $=4$ cm. Soit I un point du segment [AB] tel que AI $=x$.
2) Construire en utilisant le compas et la règle, la parallèle à la droite (BC) passant par I. (On laissera visibles tous les tracés nécessaires à la construction). Cette parallèle coupe [AC] en J.
3) Que peut-on dire des segments [IB] et [JC] (justifier votre réponse) ?
4) En déduire la nature du quadrilatère IJCB (justifier votre réponse).
5) Soit H le pied de la hauteur issue de A du triangle ABC. Calculer la longueur AH.
6) Calculer la longueur h de la hauteur issue de A du triangle AIJ en fonction de x. En déduire l'aire du triangle AIJ en fonction de x.
7) Existe-t-il une valeur de x pour laquelle l'aire du triangle AIJ est égale à la moitié de l'aire du triangle ABC ? Justifier.

EXERCICE 7

Un rectangle qui devient un carré.

1) Tracer un cercle de 2,5 cm de rayon et de centre O.

   Soit [BC] un diamètre et A un point du cercle tel que AB $=3$ cm.
   Choisir un point H quelconque appartenant à [BC] et construire la perpendiculaire à la droite (AB) qui passe par le point H. Elle coupe [AB] en I.
2) Construire la perpendiculaire à la droite (AC) qui passe par le point H. Elle coupe le segment [AC] en J.
3) Montrer que ABC est un triangle rectangle.
4) Calculer la longueur du segment [AC].
5) Quelle est la nature du quadrilatère AIHJ ?
6) On décide que IH $=x$. Exprimer IA en fonction de x.
   On voudrait savoir pour quelle valeur de x le rectangle devient un carré.

EXERCICE 8

Rectangle dans un triangle.

Soit un triangle ABC rectangle en A. On donne AB $=8$ cm et AC $=6$ cm.
Soit un point M quelconque sur [BC]. On trace la parallèle à (AB) qui passe par M. Elle coupe [AC] en N. On trace la parallèle à (AC) qui passe par M. Elle coupe [AB] en P. On pose MN $=x$.

1) Faire une figure.
2) Calculer CN et AN en fonction de x.
3) Pour quelle valeur de x le rectangle ANMP est-il un carré ?
4) Calculer l'aire du rectangle ANMP en fonction de x.
   Calculer cette aire pour les valeurs de x suivantes : 2 ; 3,2 et 6.

5) On suppose que $x = 4$. Quelle est alors la position de M sur le segment [BC]. Dans ce cas quelle est la fraction de l'aire du triangle ABC représente le rectangle ANMP ?

6) Calculer BC.

7) En utilisant les propriétés du rectangle déterminer la position de M que pour la distance NP soit minimale

8) La position de M étant ainsi définie, en calculant l'aire du triangle ABC de deux façons différentes déterminer la longueur AM. Calculer alors la longueur BM.

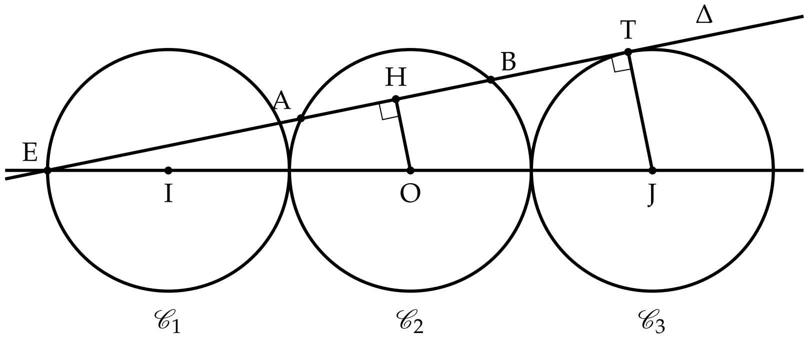
EXERCICE 9

Paris 2008

On considère trois cercles $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ de même rayon, noté r, et de centres respectifs I, O et J.

Dans tout l'exercice, le rayon r est un nombre entier non nul.

Nous savons que :
- les trois points I, O et J sont alignés et dans cet ordre ;
- le cercle $\mathscr{C}_1$ est tangent au cercle $\mathscr{C}_2$;
- le cercle $\mathscr{C}_2$ est tangent au cercle $\mathscr{C}_3$;
- le point E est à l'intersection de la droite (OI) et du cercle $\mathscr{C}_1$, et n'appartient pas au cercle $\mathscr{C}_2$;
- la droite Δ est tangente au cercle $\mathscr{C}_3$ en T et passe par E ;
- la droite Δ coupe le cercle $\mathscr{C}_2$ en A et en B ;
- H est le point de Δ tel que (OH) et Δ sont perpendiculaires.



On pose OH $= a$ et AB $= b$

1) En utilisant le théorème de Thalès, démontrer que : $a = \dfrac{3}{5}r$.

2) Expliquer pourquoi le nombre a est toujours un nombre rationnel.

3) a est-il toujours un nombre décimal ? Justifier la réponse.

4) Quels sont les nombres r pour lesquels a est un nombre entier ?

5) Le nombre a peut-il être un nombre premier ?

6) Calculer HB en fonction de r.

7) Démontrer que H est le milieu de [AB] et en déduire que $b = \dfrac{8}{5}r$.

8) Existe-t-il des nombres r pour lesquels le nombre b est un nombre premier ? Justifier.