Angles. Aires et périmètres

EXERCICE 1

Aire

1) Retrouver les formules des aires suivantes :
   a) Aire du triangle.
   b) Aires du carré, du rectangle, du losange et du parallélogramme.
   c) Aire du trapèze.
   d) Aires du cercle et d'un secteur angulaire.
2) Quand le périmètre augmente, l'aire augmente-t-elle nécessairement ? Justifier à l'aide d'exemples.

EXERCICE 2

Angles

1) Qu'est-ce qu'un angle saillant et un angle rentrant ? Comment les écrit-on ?
2) Qu'est ce des angles égaux par le sommet, alternes-internes, alternes-externes et correspondants
3) Démontrer à partir des angles alternes-internes que la somme des angles dans un triangle est égale à 180°.
4) Qu'est que des angles complémentaires, supplémentaires. Qu'est-ce qu'un angle aigu ? obtus ?
5) Quelles relations entre deux angles peut-on écrire dans un cercle ?
6) Quelle est la somme des angles d'un polygone de n côtés ?
   Remplir le tableau suivant :

Polygone régulier	Angle au centre	Angle entre deux côtés adjacents
Triangle		
Carré		
Pentagone		
Hexagone		
Octogone		
Décagone		
Dodécagone		

EXERCICE 3

Aire et périmètre.

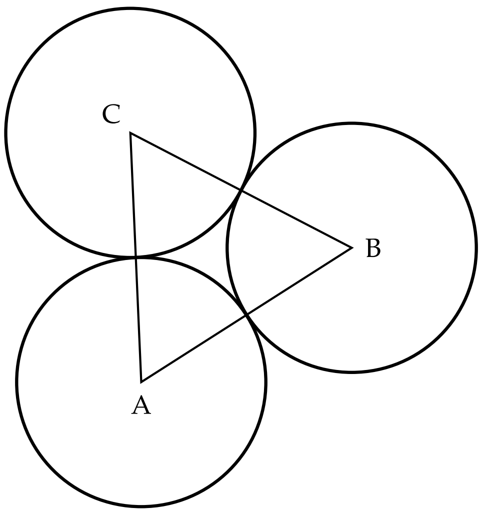
1) Le côté d'un carré augmente de 5 %.
   a) Quel est le pourcentage d'augmentation de son périmètre ?
   b) Quel est le pourcentage d'augmentation de son aire ?
2) La lettre p représente un nombre strictement positif donné et ABCD est un rectangle dont le périmètre exprimé en centimètres est $2p$. On nomme a la mesure exprimée en cm de l'un des côtés du rectangle ABCD.
   a) Montrer que l'aire $\mathscr{S}$ du rectangle ABCD, exprimée en centimètres carrés est :
   $$\mathscr{S} = \frac{p^2}{4} - \left(a - \frac{p}{2}\right)^2$$
   b) Démontrer que : parmi tous les rectangles de périmètre $2p$, le carré de côté de côté $\frac{p}{2}$ est celui dont l'aire est la plus grande.

EXERCICE 4

Interstice entre trois cercles.

Sur la figure ci-dessous, les points A, B, C sont les centre de trois cercles, de même rayon, tangents deux à deux. Soit r le rayon de ces cercles.

Calculer, en fonction de r, l'aire correspondant à l'interstice entre les trois cercles.



EXERCICE 5

Démonstration du théorème de Pythagore

Le but est de démontrer le théorème de Pythagore.

- Tracer un trapèze ABCD tel que :
- Il soit rectangle en A et B
- Le segment [AB] mesure $a + b$
- Le segment [AD] mesure a
- Le segment [BC] mesure b

1) Calculer l'aire du trapèze ABCD exclusivement en fonction de a et b.

2) Placer le point I tel que AI $= b$ et IB $= a$; on appelle c la mesure de [DI].
   Démontrer que les triangles AID et IBC sont superposables.
   Démontrer que l'angle $\widehat{\text{DIC}}$ est droit.

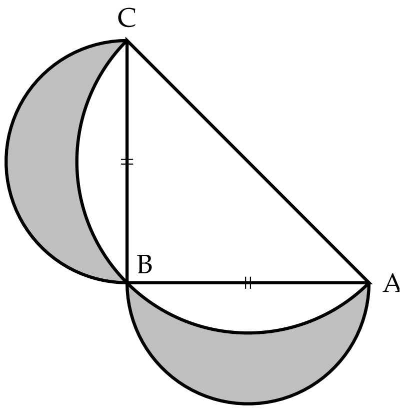
3) Calculer les aires des triangles DAI et IBC exclusivement en fonction de a et b.
   Á l'aide des trois aires, donner une nouvelle expression de l'aire du trapèze ABCD.

4) Finir la démonstration du théorème de Pythagore.

Exercice 6

Lunules

La figure ci-dessous est composée :
- d'un triangle isocèle ABC, rectangle en B ;
- et de trois demi-cercles ayant ses côtés pour diamètres.



1) A l'aide de la règle et du compas, reproduire cette figure
   (laisser apparents les traits de construction).
2) Sachant que AC $= 7$ cm, calculer l'aire totale des surfaces grisées (au mm^2 près).

Exercice 7

Aire dans un triangle.

ABC est un triangle isocèle rectangle en B. Le côté [AC] mesure 15 cm.
I désigne le milieu du segment [BC] et J celui du segment [BA].

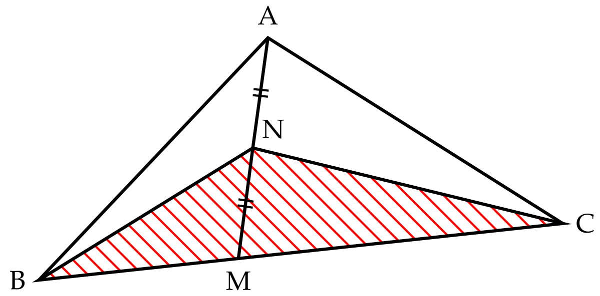
1) Tracer, en utilisant le quadrillage de la feuille de copie, le segment [AC] puis construire à la règle et au compas le triangle ABC ainsi que les points I et J. Laisser apparents les traits de construction.
2) a) Calculer l'aire du triangle ABC.
   b) En déduire l'aire du triangle AIC. Justifier la réponse.
3) On appelle D l'intersection des droites (AI) et (CJ). On nomme K le milieu du segment [AC].
   a) Montrer que les points B, D et K sont alignés.
   b) Calculer la longueur du segment [DK].
   c) Calculer l'aire du triangle ADC.
   d) Calculer l'aire du quadrilatère ABCD.

EXERCICE 8

Aire dans un triangle bis.

Partie A

1) Démontrer qu'une médiane d'un triangle partage celui-ci en deux triangles de même aire.
2) On considère le triangle ABC ci-dessous. Le point M est un point du segment [BC] et le point N est le milieu du segment [AM]. Comparer l'aire de la surface hachurée et l'aire de la surface blanche. Justifier.



Partie B

On considère un rectangle ABCD (représenté ci-dessous sans respect des dimensions) tel que : AB $=$ 20 cm et AD $=$ 8 cm.
Les points E, F, G, H et M sont tels que :
- E appartient à [AD],
- M appartient à [DC],
- le quadrilatère EDMF est un carré,
- G appartient à [AB],
- le quadrilatère GFHB est un rectangle.

On admettra que G, F et M sont alignés et que E, F et H le sont également.
On note : DE $= x$, avec $0 \leqslant x \leqslant 8$, l'unité choisie étant le centimètre.

1) Démontrer que l'aire de la partie grisée est égale à : $2x^2 - 28x + 160$
2) Établir l'égalité : $2x^2 - 28x + 160 = 2(x-7)^2 + 62$
3) Pour quelle valeur de x l'aire de la partie grisée est-elle minimale ?
4) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de la partie grisée est-elle égale à 112 cm^2 ?