

# STATISTIQUES et ESTIMATION

## Prise de décision

### EXERCICE 1

Pour créer ses propres colliers, on peut acheter un kit contenant des perles de cinq couleurs différentes (marrons, jaunes, rouges, vertes et bleues), dans des proportions affichées sur le paquet.

Ainsi les perles marron et les perles jaunes sont annoncées comme représentant chacune 20 % de l'ensemble des perles tandis que les perles rouges sont annoncées à 10 %.

On veut vérifier cette information. Pour cela, on choisit d'observer un échantillon aléatoire de perles et de construire un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % pour la proportion de perles marron.

On constitue donc un échantillon, que l'on considère aléatoire, de 690 perles. On a dénombré 140 perles marron.

La **prise de décision** est la suivante : si la proportion de perles marron dans l'échantillon n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation, on rejette l'hypothèse selon laquelle les perles marron représentent 20 % des perles

- Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique  $I$  au seuil de 95 % pour la proportion de perles marron.
- Calculer la proportion de perles marron dans l'échantillon. Que peut-on en conclure ?
- Dans le même échantillon, il y avait 152 perles jaunes et 125 perles rouges. Que peut-on conclure de ces résultats ?

### EXERCICE 2

Pour savoir si une pièce est équilibrée, on la lance 200 fois. On a obtenu 120 fois « pile ». Est-il vraisemblable que la pièce soit équilibrée ?

### EXERCICE 3

Un grossiste a acheté 50 000 clés USB à un fabricant qui lui a certifié que 60 % avaient une capacité de 4 Go et 40 % une capacité de 2 Go.

Un technicien prélève au hasard 400 clés USB parmi lesquelles 220 ont une capacité de 4 Go.

- Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de clés de 4 Go pour un échantillon de taille 400. (On donnera trois décimales).
- Quelle hypothèse le technicien peut-il tester par cette méthode ?
- Le technicien doit-il alerter son patron ?

### EXERCICE 4

#### Influence de la taille de l'échantillon dans la prise de décision

Un supermarché vend des pamplemousses calibrés dont le diamètre est compris entre 13 et 15 cm. Le gérant doit choisir entre plusieurs producteurs. Pour cela, il demande à ces producteurs de lui envoyer un échantillon de leur production. Il estime que les produits sont acceptables si 95 % des pamplemousses ont un diamètre respectant le calibre indiqué.

- 1) Un premier producteur envoie un échantillon de 1 000 pamplemousses, dans lequel on trouve une proportion de pamplemousses conformes de 93 %.
  - a) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de pamplemousses conformes pour un échantillon de taille 1000.
  - b) Le supermarché doit-il rejeter l'offre de ce producteur ? Justifier la réponse.
- 2) Un second producteur envoie un échantillon de 100 pamplemousses, dans lequel on trouve une proportion de pamplemousses conformes égale à celle du premier producteur.
  - a) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % du diamètre des pamplemousses conformes pour un échantillon de taille 100.
  - b) Le supermarché doit-il rejeter la livraison de ce producteur ? Justifier la réponse.

## EXERCICE 5

Woburn est une petite ville industrielle du Massachusetts, au Nord-Est des États-Unis. Dans les années 70, la communauté locale s'émeut du grand nombre d'enfants atteints de leucémie dans certains quartiers de la ville entre 1969 et 1979, on a observé douze cas de leucémie sur un échantillon de 11 748 enfants de moins de 14 ans. À cette même époque, aux États-Unis, la proportion  $p$  de leucémies chez les enfants de moins de 14 ans est 0,000 45. On fait l'hypothèse qu'à Woburn, la proportion théorique de leucémies chez les enfants de moins de 14 ans est la même que celle des États-Unis.

- 1) a) Vérifier que les trois conditions d'application de la règle de prise de décision sont remplies.
  - b) Déterminez les intervalles de fluctuation (centrés en  $p$ ) à 95 % et à 99 % de la fréquence de leucémies sur un échantillon aléatoire de 11 748 enfants de moins de 14 ans. Écrivez les bornes de ces intervalles avec cinq décimales.
- 2) a) Peut-on considérer, au seuil de risque de 5 %, que la fréquence observée de leucémies chez les enfants de moins de 14 ans à Woburn, dans cet échantillon, est en accord avec la proportion de leucémies chez les enfants de moins de 14 ans dans la population américaine ?
  - b) Même question mais au seuil de 1 %.

*D'après un document du groupe  
« Statistiques et citoyenneté », IREM Paris-Nord*

**Commentaire.** Une enquête conduite par le Département de la Santé Publique du Massachusetts en 1981 confirmera que les sols de Woburn ont été contaminés par des résidus de tannerie et de produits chimiques. Les industriels concernés seront condamnés et la dépollution des sites sera engagée. Du point de vue étiologique, c'est l'exposition des enfants in utero à cette eau contaminée qui serait à l'origine des cas de leucémies observés.

## EXERCICE 6

### Durée de vie des ampoules

Une usine fabrique des ampoules et veut tester leur longévité.

L'objectif est que la proportion d'ampoules ayant une durée de vie supérieure à 900 heures s'établisse à 0,835, proportion habituellement constatée pour ce type d'ampoules.

Pour faire ce test, on prélève un échantillon.

- a) Quelle est la taille minimale de l'échantillon pour que l'on puisse utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique ?

- b) Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 de la proportion d'ampoules ayant une durée de vie supérieure à 900 heures pour un échantillon de 50 ampoules, puis pour un échantillon de 1 000 ampoules.
- c) Dans un échantillon de taille 1 000, un testeur a obtenu 870 ampoules encore en état de marche après 900 heures.  
Comment peut-on interpréter ce résultat ?
- d) Dans une autre usine, on a trouvé, après enquête auprès des clients, que, sur 100 000 ampoules vendues, 82 000 ont eu une durée de vie supérieure à 900 heures. Peut-on considérer que la production de cette usine est « dans la norme nationale » ? Justifier.

## EXERCICE 7

---

### Pondichéry avril 2014

Une entreprise annonce que le pourcentage de moteurs défectueux dans la production est égal à 1 %. Afin de vérifier cette affirmation 800 moteurs sont prélevés au hasard. On constate que 15 moteurs sont détectés défectueux.

Le résultat de ce test remet-il en question l'annonce de l'entreprise ? Justifier.

On pourra s'aider d'un intervalle de fluctuation.

## EXERCICE 8

---

### Vrai-Faux Polynésie 2014

On sait que 39 % de la population française est du groupe sanguin A+. On cherche à savoir si cette proportion est la même parmi les donneurs de sang.

On interroge 183 donneurs de sang et parmi eux, 34 % sont du groupe sanguin A+.

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse :

"On ne peut pas rejeter, au seuil de 5 %, l'hypothèse selon laquelle la proportion de personnes du groupe sanguin A+ parmi les donneurs de sang est de 39 % comme dans l'ensemble de la population."

## EXERCICE 9

---

### Antilles-Guyane juin 2014

Un ostréiculteur affirme que 60 % de ses huîtres ont une masse supérieure à 91 g.

Un restaurateur souhaiterait lui acheter une grande quantité d'huîtres mais il voudrait, auparavant, vérifier l'affirmation de l'ostréiculteur.

Le restaurateur achète auprès de cet ostréiculteur 10 douzaines d'huîtres qu'on considérera comme un échantillon de 120 huîtres tirées au hasard. Sa production est suffisamment importante pour qu'on l'assimile à un tirage avec remise.

Il constate que 65 de ces huîtres ont une masse supérieure à 91 g.

- 1) Soit  $F$  la variable aléatoire qui à tout échantillon de 120 huîtres associe la fréquence de celles qui ont une masse supérieure à 91 g.

Après en avoir vérifié les conditions d'application, donner un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la variable aléatoire  $F$ .

- 2) Que peut penser le restaurateur de l'affirmation de l'ostréiculteur ?

**EXERCICE 10****Asie juin 2014**

Une certaine maladie V est présente dans la population française avec la fréquence 1 %. Étude de l'influence d'un gène sur cette maladie V.

- 1) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de la maladie V dans les échantillons de taille 1 000, prélevés au hasard et avec remise dans l'ensemble de la population française. On arrondira les bornes de l'intervalle au millième.
- 2) Dans un échantillon aléatoire de 1 000 personnes possédant le gène, on a trouvé 14 personnes porteuses de la maladie V.  
Au regard de ce résultat, peut-on décider, au seuil de 95 %, que le gène a une influence sur la maladie ?

**EXERCICE 11****N<sup>le</sup> Calédonie novembre 2014**

Une étude réalisée en l'an 2000 a permis démontrer que le pourcentage de Français consommant régulièrement des glaces était de 84 %.

En 2010, sur 900 personnes interrogées, 795 d'entre elles déclarent consommer des glaces. Peut-on affirmer, au niveau de confiance de 95 % et à partir de l'étude de cet échantillon, que le pourcentage de Français consommant régulièrement des glaces est resté stable entre les années 2000 et 2010 ?

**Estimation****EXERCICE 12****Un sondage pour l'élection présidentielle du 21 avril 2002**

Voici les résultats d'un sondage IPSOS réalisé avant l'élection présidentielle de 2002 pour Le Figaro et Europe 1, les 17 et 18 avril 2002 auprès de 989 personnes, constituant un échantillon national représentatif de la population française âgée de 18 ans et plus et inscrite sur les listes électorales.

On suppose cet échantillon constitué de manière aléatoire (même si en pratique cela n'est pas le cas). Les intentions de vote au premier tour pour les principaux candidats sont les suivantes :

Jacques Chirac : 20%    Lionel Jospin : 18%    Jean-Marie Le Pen : 14%.

Les médias se préparent pour un second tour entre Jacques Chirac et Lionel Jospin.

- a) Déterminer pour chaque candidat, l'intervalle de confiance au niveau de confiance de 0,95 de la proportion inconnue d'électeurs ayant l'intention de voter pour lui.
- b) Le 21 avril, les résultats du premier tour des élections sont les suivantes :  
Jacques Chirac : 19,88%    Lionel Jospin : 16,18%    Jean-Marie Le Pen : 16,86%.  
Les pourcentages de voix recueillies par chaque candidat sont-ils bien dans les intervalles de confiance précédents ?
- c) Pouvait-on, au vu de ce sondage, écarter avec un niveau de confiance de 0,95, l'un de ces trois candidats second tour ?

**EXERCICE 13**

L'entreprise Médiamétrie mesure l'audience des chaînes de télévision en France en se basant sur un échantillon constitué des membres du panel ayant indiqué leur présence devant leur téléviseur. On considère dans cet exercice que ces échantillons sont aléatoires.

- Combien de téléspectateurs doivent avoir indiqué leur présence pour pouvoir construire un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 d'amplitude inférieure ou égale à 7 % ?
- Un mardi à 14h, sur 1 435 téléspectateurs, 512 regardaient la première chaîne. Déterminer l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la proportion de téléspectateurs de la première chaîne à ce moment.
- Un samedi à 21 h 30, sur 9 351 téléspectateurs, 3 337 regardaient la deuxième chaîne. Déterminer l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la proportion de téléspectateurs de la deuxième chaîne à ce moment.
- Ces résultats permettent-ils de comparer les audiences des deux chaînes ?

**EXERCICE 14**

Une urne contient un nombre inconnu de jetons rouges et de jetons blancs. Un échantillon de 60 jetons, constitué par des tirages aléatoires avec remise jeton par jeton, montre une proportion de 70 % de jetons rouges.

- Déterminer l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 pour la proportion de jetons rouges. Préciser l'amplitude de cet intervalle, exprimée en pourcentages.
- De quelle taille devrait être l'échantillon pour que l'amplitude de l'intervalle de confiance au niveau de confiance de 0,95 soit inférieure ou égale à 3 % ?
- Le nombre de jetons dans le sac impose-t-il des contraintes sur la taille de l'échantillon ? Ce nombre a-t-il un impact sur l'intervalle de confiance ?

**EXERCICE 15****Amérique du Nord mai 2014**

Une association de consommateurs décide d'estimer la proportion de personnes satisfaites par l'utilisation d'une crème.

Elle réalise un sondage parmi les personnes utilisant ce produit. Sur 140 personnes interrogées, 99 se déclarent satisfaites.

Estimer, par intervalle de confiance au seuil de 95 %, la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de la crème.

**EXERCICE 16****Liban mai 2015**

Un institut de sondage publie les résultats suivants pour un candidat A à une élection :

52,9 % des électeurs\* voteraient pour le candidat A.

\*estimation après redressement, fondée sur un sondage d'un échantillon représentatif de 1 200 personnes.

Au seuil de confiance de 95 %, le candidat A peut-il croire en sa victoire ?