

Géométrie dans l'espace

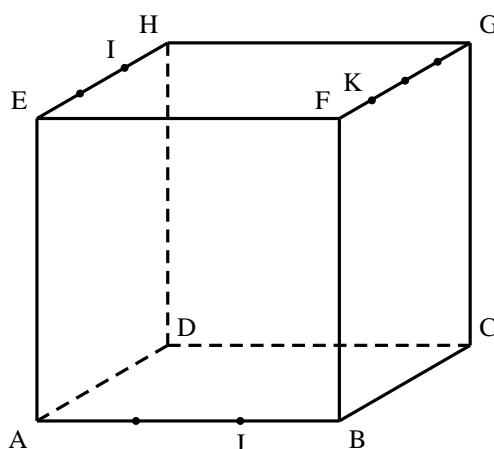
Droites et plans

EXERCICE 1

Soit un cube ABCDEFGH et un plan (IJK) tel que :

$$\vec{EI} = \frac{2}{3}\vec{EH}, \quad \vec{AJ} = \frac{2}{3}\vec{AB} \quad \text{et} \quad \vec{FK} = \frac{1}{4}\vec{FG}$$

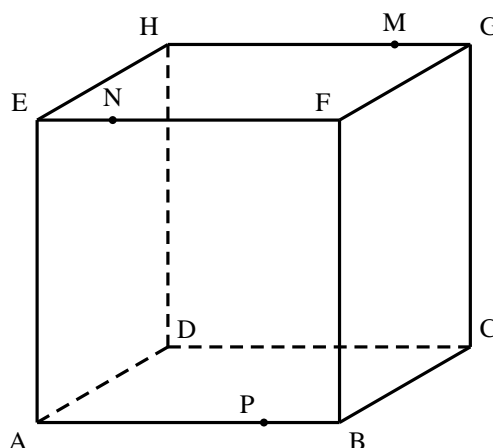
Déterminer l'intersection du plan (IJK) avec le cube ABCDEFGH.



EXERCICE 2

ABCDEFGH est un cube d'arête 8 cm. M, N et P sont les points respectivement des arêtes [GH], [EF] et [AB] tels que : $EN = MG = PB = 2$ cm

- 1) a) Construire les points Q et R, intersections du plan (MNP) avec les arêtes [BC] et [CG]
- b) Vérifier que la section du cube par le plan (MNP) est un pentagone
- 2) a) Calculer la longueur des côtés du pentagone
- b) Dessiner ce pentagone en vraie grandeur.

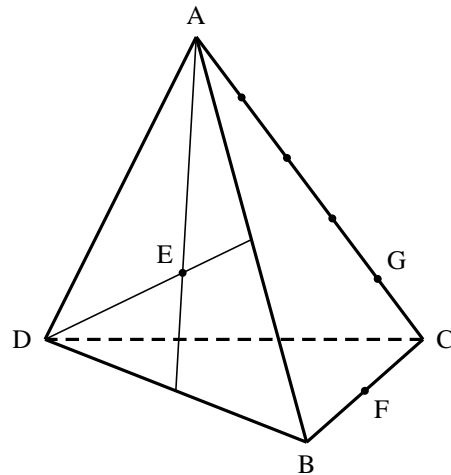


EXERCICE 3

Soit un tétraèdre ABCD et un plan (EFG) tel que :

- E est le centre de gravité du triangle ABD,
- $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CA}$

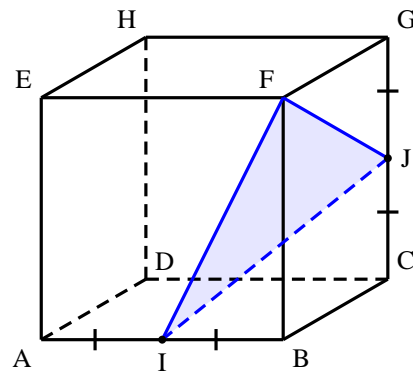
Déterminer l'intersection d'un plan (EFG) avec le tétraèdre ABCD.

**EXERCICE 4****QCM**

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Identifier cette réponse et justifier votre choix.

ABCDEFGH est un cube d'arête 1. I et J sont les milieux respectifs des arêtes [AB] et [CG].

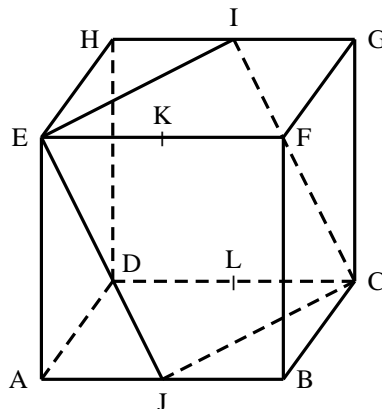
- Le triangle IFJ est :
 - isocèle
 - équilatéral
 - rectangle isocèle
- La section du cube par le plan (IFJ) est :
 - un parallélogramme
 - un trapèze
 - un quadrilatère quelconque
- Le plan (IFJ) coupe la droite (BC) en K.
 - C est le milieu de [BK]
 - $2BK = 3BC$
 - $BK = 3BC$
- Le plan (IFJ) coupe le segment [DC] en L.
 - $5CL = CD$
 - $6CL = CD$
 - $4DL = 3DC$



EXERCICE 5

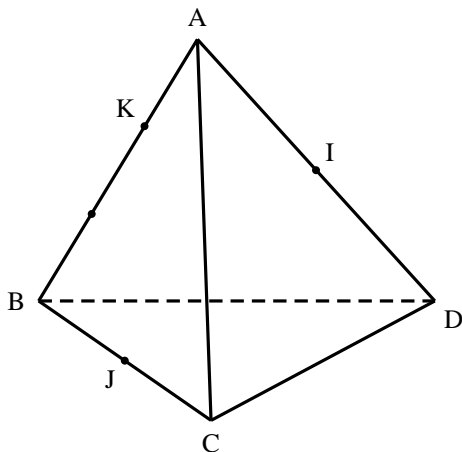
On considère le cube ABCDEFGH ci contre de côté 4 cm. I, J, K et L sont les milieux respectifs de [GH], [AB], [EF] et [CD].

- 1) Le point F appartient-il au segment [IC] ?
- 2) Justifier que $EG = GB = BD = DE$.
Peut-on en déduire que EGBD est un losange ?
- 3) Démontrer que les quadrilatères EIGK, GKJC et EICJ sont des parallélogrammes.
- 4) Démontrer que EICJ est un losange.
- 5) Le quadrilatère EICJ est-il un carré ?

**EXERCICE 6**

ABCD est un tétraèdre. I et J sont les milieux respectifs de [AD] et [BC]. K est le point de l'arête [AB] tel que $3AK = AB$.

- 1) a) Construire le point M intersection de la droite (IK) et du plan (BCD).
b) Démontrer que D est le milieu de [BM]. On appellera E le milieu de [BK] et on tracera [ED]
- 2) a) En déduire la construction du point L intersection de [CD] et du plan (IJK).
b) Déterminer la valeur de k pour laquelle $CL = k CD$

**Vecteurs colinéaires et coplanaires****EXERCICE 7**

A, B, C sont trois points non alignés de l'espace. I est le milieu de [BC]. Le point G est tel que : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

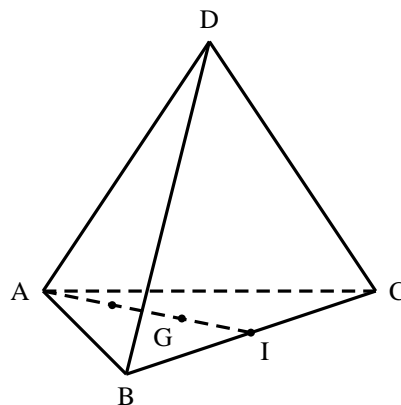
- a) Démontrer que $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$.
- b) En déduire que les points G, A et I sont alignés et que G est le centre de gravité du triangle ABC.

EXERCICE 8

ABCD est un tétraèdre, I est le milieu de [BC]. Le point G est le centre de gravité du triangle ABC, c'est à dire d'après l'exercice précédent que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
On considère le point K tel que :

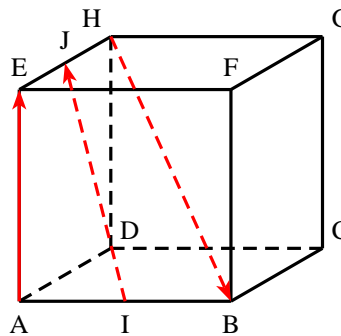
$$\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} = \vec{0}$$

- 1) a) Démontrer que : $3\overrightarrow{KG} + \overrightarrow{KD} = \vec{0}$
b) En déduire que les points K, G et D sont alignés.
- 2) Trouver le réel k tel que : $\overrightarrow{DK} = k\overrightarrow{DG}$ puis placer K sur la figure.

**EXERCICE 9**

ABCDEFGH est un cube. I est le milieu de [AB] et J celui de [EH].

- a) Démontrer que : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
- b) En déduire que : $2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{HB}$
- c) Pourquoi peut-on en déduire que les vecteurs \overrightarrow{AE} , \overrightarrow{HB} et \overrightarrow{IJ} sont coplanaires ?

**Dans un repère****EXERCICE 10**

- 1) On donne les points A(1; -1; 2), B(0; 5; 3), C(4; -19; -1). Ces points sont-ils alignés ?
- 2) On donne les points A(3; 2; 2), B(-1; -4; 4), C(1; 0; 1) et D(3; 3; 1). Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
- 3) La droite d est dirigée par $\vec{u}(2; -1; 3)$ et la droite d' est dirigée par $\vec{v}(-4; 2; -6)$. Quel théorème vous permet d'affirmer que ces deux droites sont parallèles ?

EXERCICE 11

On donne les points A(3; 0; 4), B(2; 3; 1), C(-1; 2; 3) et D(0; -1; 6).

- a) Justifier que ces quatre points sont coplanaires.
- b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

EXERCICE 12

On donne les points A(0; 1; 3), B($\sqrt{2}$; 0; 2) et C($\sqrt{2}$; 2; 2). Quelle est la nature du triangle ABC ?

EXERCICE 13

On donne les points $A(5; 1; 3)$, $B(5; -3; -1)$, $C(1; 1; -1)$ et $D(1; -3; 3)$. Démontrer que le tétraèdre ABCD est régulier c'est à dire que toutes ses faces sont des triangles équilatéraux.

EXERCICE 14

On donne les points $A(2; 3; -1)$, $B(2; 8; -1)$, $C(7; 3; -1)$ et $D(2; -1; 2)$. Démontrer que les points B, C et D sont sur une même sphère de centre A.

EXERCICE 15

Plan médiateur de $[AB]$: plan dont les points sont équidistants de A et de B. Il est ainsi perpendiculaire au segment $[AB]$ en son milieu

On donne les points $A(5; 2; -1)$ et $B(3; -1; 1)$. Indiquer parmi les points suivants ceux qui appartiennent au plan médiateur de $[AB]$:

- $C(-2; 5; 2)$
- $D(1; 1; 3)$
- $E(3; 2; 1)$

Représentation paramétrique d'une droite et d'un plan

EXERCICE 16

La droite Δ a pour représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- 1) a) Déterminer le point I de Δ de paramètre 0.
 b) Déterminer un vecteur \vec{d} directeur de Δ .
 c) Justifier qu'il existe un point de Δ d'abscisse 5.
- 2) La droite Δ passe-t-elle par le point $A\left(-10; \frac{16}{3}; -\frac{14}{3}\right)$

EXERCICE 17

On donne les droites d et d' de représentations paramétriques suivantes :

$$\begin{cases} x = 6 - 3s \\ y = -7 + 2s \\ z = -1 + s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = -3 + t \\ y = -3 \\ z = -5 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Démontrer que ces droites sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

EXERCICE 18

On donne les points $A(2; 1; 0)$, $B(0; 1; 1)$ et $C(0; 3; 2)$.

- a) Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
- b) Vérifier que \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \vec{k} ne sont pas coplanaires.
- c) La droite passant par O dirigée par \vec{k} coupe le plan (ABC) au point I. Calculer les coordonnées de I.

EXERCICE 19

- 1) Démontrer que les trois points $A(-1; 2; 5)$; $B(1; 0; -2)$ et $C(0; 2; -3)$ définissent un plan.
- 2) Déterminer une représentation paramétrique de ce plan
- 3) a) Prouver que les plans (ABC) et (O, \vec{i}, \vec{j}) ne sont pas parallèles.
b) En déduire une représentation paramétrique de la droite Δ intersection de ces deux plans.

EXERCICE 20

L'espace est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On note d_1 la droite passant par les points $A(1; -2; -1)$ et $B(3; -5; -2)$.

- 1) Démontrer qu'une représentation paramétrique de d_1 est :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = -1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- 2) d_2 est la droite de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 2 - s \\ y = -1 + 2s \\ z = -s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

Démontrer que d_1 et d_2 ne sont pas coplanaires.

- 3) On considère le plan \mathcal{P} passant par le point $C(0; -3; 0)$ et dirigé par les vecteurs $\vec{u}(1; -4; 0)$ et $\vec{v}(0; -5; 1)$
 - a) Démontrer que le plan \mathcal{P} contient la droite d_1 .
 - b) Démontrer que le plan \mathcal{P} et la droite d_2 se coupent en un point D dont on déterminera les coordonnées.

Le produit scalaire**EXERCICE 21**

On donne les vecteurs \vec{u} et \vec{v} de coordonnées respectives : $(1; \sqrt{3}; 0)$ et $(0; \sqrt{3}; 1)$.

- 1) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$
- 2) Quelle est, à un degré près, la mesure de l'angle géométrique associé à \vec{u} et \vec{v}

EXERCICE 22

ABCDEFGH est un cube d'arête a . O est le centre de la face EFGH et I le milieu du segment [CG].

- 1) Faire une figure.
- 2) Calculer en fonction de a
 - a) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{CG}$
 - b) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{GI}$

EXERCICE 23

On considère un cube ABCDEFGH, d'arête de longueur a (a réel strictement positif). Soit I le point d'intersection de la droite (EC) et du plan (AFH).

- 1) Calculer, en fonction de a , les produits scalaires suivants :
$$\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{AF}, \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF}, \quad \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AF}$$
- 2) En déduire que les vecteurs \overrightarrow{EC} et \overrightarrow{AF} sont orthogonaux.
On admettra de même que les vecteurs \overrightarrow{EC} et \overrightarrow{AH} sont orthogonaux.

EXERCICE 29

Le plan \mathcal{P} a pour représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 1 + t - s \\ y = -2 - t + s \\ z = 2t - s \end{cases} \quad (t, s) \in \mathbb{R}^2$$

Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} .

Problèmes généraux**EXERCICE 30**

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Les points A, B et C ont pour coordonnées A(3; -2; 2), B(6; 1; 5), C(6; -2; -1).

Partie A

- 1) Démontrez que le triangle ABC est un triangle rectangle.
- 2) Soit \mathcal{P} le plan d'équation cartésienne : $x + y + z - 3 = 0$
Prouvez que \mathcal{P} est orthogonal à la droite (AB) et passe par le point A.
- 3) Soit \mathcal{P}' le plan orthogonal à la droite (AC) et passant par le point A. Déterminez une équation cartésienne de \mathcal{P}' .
- 4) Déterminez un vecteur directeur de la droite Δ intersection des plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' .

Partie B

- 1) Soit D le point de coordonnées (0; 4; -1). Prouvez que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC).
- 2) Calculer le volume du tétraèdre ABCD.
- 3) Prouvez que l'angle \widehat{BDC} a pour mesure $\frac{\pi}{4}$ radian.
- 4) a) Calculez l'aire du triangle BDC.
b) Déduisez-en la distance du point A au plan (BDC).

EXERCICE 31**Centre étrangers juin 2014**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points :

A(1 ; 2 ; 7), B(2 ; 0 ; 2), C(3 ; 1 ; 3), D(3 ; -6 ; 1) et E(4 ; -8 ; -4)

- 1) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
- 2) Soit $\vec{u}(1 ; b ; c)$ un vecteur de l'espace, où b et c désignent deux nombres réels.
 - a) Déterminer les valeurs de b et c telles que \vec{u} soit un vecteur normal au plan (ABC).
 - b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $x - 2y + z - 4 = 0$.
 - c) Le point D appartient-il au plan (ABC) ?
- 3) On considère la droite \mathcal{D} de l'espace dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5 \\ z = 2t - 1 \end{cases} \quad \text{où } t \text{ est un nombre réel.}$$

- a) La droite \mathcal{D} est-elle orthogonale au plan (ABC) ?

- b) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite \mathcal{D} et du plan (ABC).
- 4) Étudier la position de la droite (DE) par rapport au plan (ABC).

EXERCICE 32

Amérique du Nord juin 2014 - Section d'un cube par un plan

On considère un cube ABCDEFCH donné ci-après.

On note M le milieu du segment [EH], N celui de [FC] et P le point tel que $\overrightarrow{HP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HG}$.

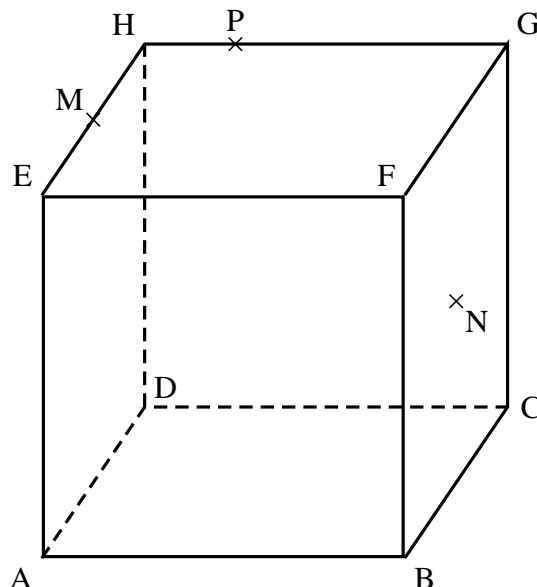
Partie A : Section du cube par le plan (MNP)

- Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L.
Construire le point L
- On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.
On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.
 - Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.
 - Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF).
- En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

Partie B

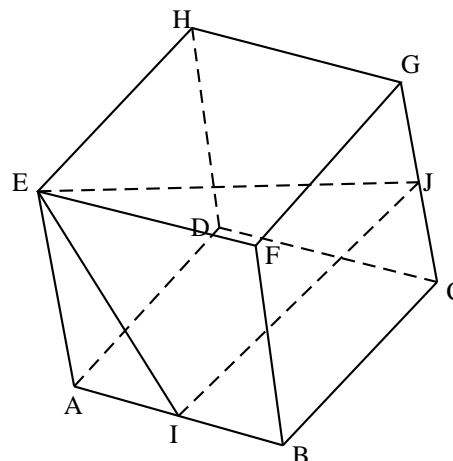
L'espace est rapporté au repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

- Donner les coordonnées des points M, N et P dans ce repère.
- Déterminer les coordonnées du point L.
- On admet que le point T a pour coordonnées $(1 ; 1 ; \frac{5}{8})$.
Le triangle TPN est-il rectangle en T ?



EXERCICE 33**Amérique du sud nov 2005**

On donne le cube ABCDEFGH, d'arête de longueur 1, et les milieux I et J des arêtes [AB] et [CG]. Les éléments utiles de la figure sont donnés ci-contre.



Le candidat est appelé à juger chacune des 10 affirmations suivantes. Répondre par vrai ou faux.

	Affirmation	Vrai ou Faux
1.	$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}$	
2.	$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$	
3.	$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{IC}$	
4.	$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{IJ} = AB \times IC \times \cos \frac{\pi}{3}$	

On utilise à présent le repère orthonormal $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

	Affirmation	Vrai ou Faux
5.	Une représentation paramétrique de la droite (IJ) est : $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$	
6.	Une représentation paramétrique de la droite (IJ) est : $\begin{cases} x = \frac{1}{2}t + 1 \\ y = t + 1 \\ z = \frac{1}{2}t + \frac{1}{2} \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$	
7.	$6x - 7y + 8z - 3 = 0$ est une équation cartésienne de la droite (IJ).	
8.	L'intersection des plans (FIJ) et (ABC) est la droite passant par I et par le milieu de l'arête [DC].	
9.	Le vecteur \vec{u} de coordonnées $(-4; 1; 2)$ est un vecteur normal au plan (FIJ).	
10.	Le volume du tétraèdre EFIJ est égal à $\frac{1}{6}$.	

EXERCICE 34

On donne le point $A(-7; 0; 4)$ et le plan \mathcal{P} d'équation $x + 2y - z - 1 = 0$.

Le but de cette question est de calculer la distance d du point F au plan \mathcal{P} .

On appelle Δ la droite qui passe par le point F et qui est perpendiculaire au plan \mathcal{P} .

- Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ .
- Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point F sur le plan \mathcal{P} .
- Déterminer d

EXERCICE 35

Polynésie juin 2014

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(5; -5; 2)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(0; 1; 2)$ et $D(6; 6; -1)$

- Déterminer la nature du triangle BCD et calculer son aire.
- Montrer que le vecteur $\vec{n}(-2; 3; 1)$ est un vecteur normal au plan (BCD).
 - Déterminer une équation cartésienne du plan (BCD).
- Déterminer une représentation paramétrique de la droite \mathcal{D} orthogonale au plan (BCD) et passant par le point A.
- Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite \mathcal{D} et du plan (BCD).

5) Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule $V = \frac{1}{3} \mathcal{B} \times h$, où \mathcal{B} est l'aire d'une base du tétraèdre et h la hauteur correspondante.

6) On admet que $AB = \sqrt{76}$ et $AC = \sqrt{61}$.

Déterminer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle \widehat{BAC} .

EXERCICE 36

Liban juin 2014 - Vrai-Faux

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier chaque réponse.

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère le plan \mathcal{P} d'équation $x - y + 3z + 1 = 0$ et la droite \mathcal{D} dont une représentation paramétrique est

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = -5 + 3t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

On donne les points $A(1 ; 1 ; 0)$, $B(3 ; 0 ; -1)$ et $C(7 ; 1 ; -2)$

Proposition 1 : Une représentation paramétrique de la droite (AB) est $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$

Proposition 2 : Les droites \mathcal{D} et (AB) sont orthogonales.

Proposition 3 : Les droites \mathcal{D} et (AB) sont coplanaires.

Proposition 4 : La droite \mathcal{D} coupe le plan \mathcal{P} au point E de coordonnées $(8 ; -3 ; -4)$.

Proposition 5 : Les plans \mathcal{P} et (ABC) sont parallèles.

EXERCICE 37

Antilles-Guyane juin 2014 - Vrai-Faux

Pour chacune des quatre propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(1 ; 2 ; 5)$, $B(-1 ; 6 ; 4)$, $C(7 ; -10 ; 8)$ et $D(-1 ; 3 ; 4)$.

1) **Proposition 1 :** Les points A, B et C définissent un plan.

2) On admet que les points A, B et D définissent un plan.

Proposition 2 : Une équation cartésienne du plan (ABD) est $x - 2z + 9 = 0$.

3) **Proposition 3 :** Une représentation paramétrique de la droite (AC) est

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}t - 5 \\ y = -3t + 14 \\ z = -\frac{3}{2}t + 2 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

- 4) Soit \mathcal{P} le plan d'équation cartésienne $2x - y + 5z + 7 = 0$ et \mathcal{P}' le plan d'équation cartésienne $-3x - y + z + 5 = 0$.

Proposition 4 : Les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont parallèles.

EXERCICE 38

Pondichéry avril 2013 - QCM

L'espace est rapporté à un repère orthonormal. t et t' désignent des paramètres réels. Le plan (P) a pour équation $x - 2y + 3z + 5 = 0$.

Le plan (S) a pour représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = -2 + t + 2t' \\ y = -t - 2t' \\ z = -1 - t + 3t' \end{cases}$$

La droite (D) a pour représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -t \\ z = -1 - t \end{cases}$$

On donne les points de l'espace $M(-1 ; 2 ; 3)$ et $N(1 ; -2 ; 9)$.

- 1) Une représentation paramétrique du plan (P) est :

a)
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x = t + t' \\ y = 1 - t - 2t' \\ z = 1 - t - 3t' \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x = t + 2t' \\ y = 1 - t + t' \\ z = -1 - t \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x = 1 + 2t + t' \\ y = 1 - 2t + 2t' \\ z = -1 - t' \end{cases}$$

- 2) a) La droite (D) et le plan (P) sont sécants au point $A(-8 ; 3 ; 2)$.
 b) La droite (D) et le plan (P) sont perpendiculaires.
 c) La droite (D) est une droite du plan (P).
 d) La droite (D) et le plan (P) sont strictement parallèles.
- 3) a) La droite (MN) et la droite (D) sont orthogonales.
 b) La droite (MN) et la droite (D) sont parallèles.
 c) La droite (MN) et la droite (D) sont sécantes.
 d) La droite (MN) et la droite (D) sont confondues.

4) a) Les plans (P) et (S) sont parallèles.

b) La droite (Δ) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = t \\ y = -2 - t \\ z = -3 - t \end{cases}$ est la droite d'intersection des plans (P) et (S).

c) Le point M appartient à l'intersection des plans (P) et (S).

d) Les plans (P) et (S) sont perpendiculaires.

EXERCICE 39

Asie juin 2014 - QCM

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples comportant quatre questions indépendantes. Pour chaque question, une seule des quatre affirmations proposées est exacte.

Dans l'espace, rapporté à un repère orthonormal, on considère les points A(1 ; -1 ; -1), B(1 ; 1 ; 1), C(0 ; 3 ; 1) et le plan \mathcal{P} d'équation $2x + y - z + 5 = 0$.

Question 1

Soit \mathcal{D}_1 la droite de vecteur directeur $\vec{u}(2 ; -1 ; 1)$ passant par A.

Une représentation paramétrique de la droite \mathcal{D}_1 est :

a) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

c) $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

b) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

d) $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Question 2

Soit \mathcal{D}_2 la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

a) La droite \mathcal{D}_2 et le plan \mathcal{P} ne sont pas sécants

b) La droite \mathcal{D}_2 est incluse dans le plan \mathcal{P} .

c) La droite \mathcal{D}_2 et le plan \mathcal{P} se coupent au point E $\left(\frac{1}{3} ; -\frac{7}{3} ; \frac{10}{3}\right)$.

d) La droite \mathcal{D}_2 et le plan \mathcal{P} se coupent au point F $\left(\frac{4}{3} ; -\frac{1}{3} ; \frac{22}{3}\right)$.

Question 3

a) L'intersection du plan \mathcal{P} et du plan (ABC) est réduite à un point.

b) Le plan \mathcal{P} et le plan (ABC) sont confondus.

c) Le plan \mathcal{P} coupe le plan (ABC) selon une droite.

d) Le plan \mathcal{P} et le plan (ABC) sont strictement parallèles.

Question 4

Une mesure de l'angle \widehat{BAC} arrondie au dixième de degré est égale à :

a) $22,2^\circ$

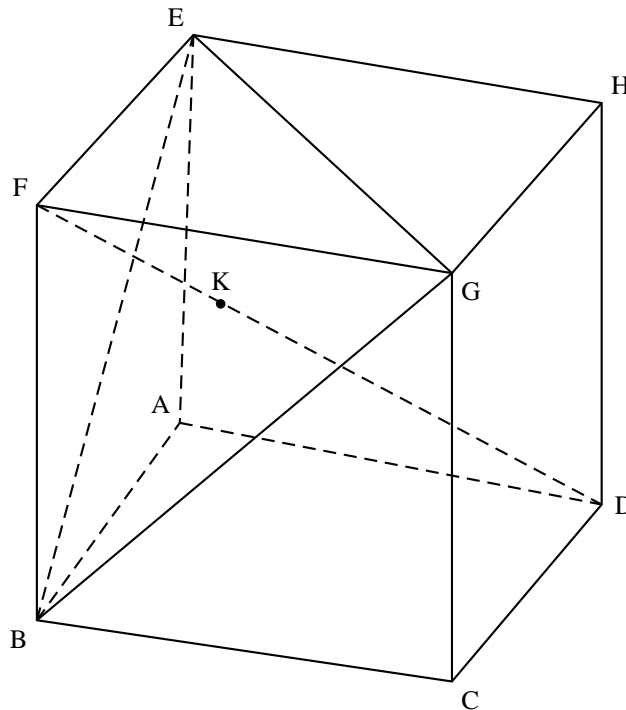
b) $0,4^\circ$

c) $67,8^\circ$

d) $1,2^\circ$

EXERCICE 40**Amérique du Sud novembre 2013**

On considère le cube ABCDEFGH, d'arête de longueur 1, représenté ci-dessous et on munit l'espace du repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



- 1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).
- 2) Démontrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (BGE) et déterminer une équation du plan (BGE).
- 3) Montrer que la droite (FD) est perpendiculaire au plan (BGE) en un point K de coordonnées $K\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- 4) Quelle est la nature du triangle BEG ? Déterminer son aire.
- 5) En déduire le volume du tétraèdre BEGD.

EXERCICE 41**Métropole juin 2014 - Tétraèdre**

Dans l'espace, on considère un tétraèdre ABCD dont les faces ABC, ACD et ABD sont des triangles rectangles et isocèles en A. On désigne par E, F et G les milieux respectifs des côtés [AB], [BC] et [CA].

On choisit AB pour unité de longueur et on se place dans le repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$ de l'espace.

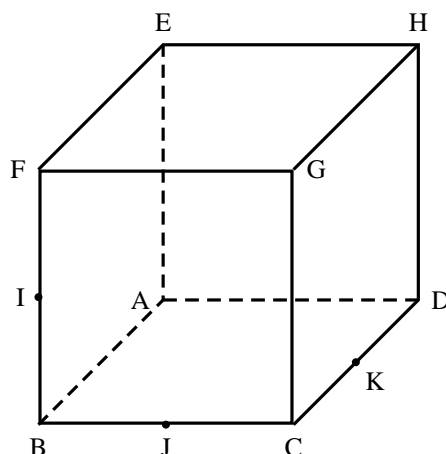
- 1) On désigne par \mathcal{P} le plan qui passe par A et qui est orthogonal à la droite (DF).
On note H le point d'intersection du plan \mathcal{P} et de la droite (DF).
- Donner les coordonnées des points D et F.
 - Donner une représentation paramétrique de la droite (DF).
 - Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} .
 - Calculer les coordonnées du point H.
 - Démontrer que l'angle \widehat{EHG} est un angle droit.
- 2) On désigne par M un point de la droite (DF) et par t le réel tel que $\overrightarrow{DM} = t\overrightarrow{DF}$. On note α la mesure en radians de l'angle géométrique \widehat{EMG} .
Le but de cette question est de déterminer la position du point M pour que α soit maximale.
- Démontrer que $ME^2 = \frac{3}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + \frac{5}{4}$.
 - Démontrer que le triangle MEG est isocèle en M.
En déduire que $ME \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.
 - Justifier que α est maximale si et seulement si $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ est maximal.
En déduire que α est maximale si et seulement si ME^2 est minimal.
 - Conclure.

EXERCICE 42

Pondichéry avril 2016

ABCDEFGH désigne un cube de côté 1.

Les points I, J, K sont les milieux respectifs des segments [BF], [BC], [CD].



Partie A

Dans cette partie, on ne demande aucune justification

On admet que les droites (IJ) et (CG) sont sécantes en un point L.

Construire, sur la figure et en laissant apparents les traits de construction :

- le point L ;
- l'intersection \mathcal{D} des plans (IJK) et (CDH) ;
- la section du cube par le plan (IJK).

Partie B

L'espace est rapporté au repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

- 1) Donner les coordonnées de A, G, I, J et K dans ce repère.
- 2) a) Montrer que le vecteur \overrightarrow{AG} est normal au plan (IJK).
b) En déduire une équation cartésienne du plan (IJK).
- 3) On désigne par M un point du segment [AG] et t le réel de l'intervalle $[0 ; 1]$ tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AG}$.
 - a) Démontrer que $MI^2 = 3t^2 - 3t + \frac{5}{4}$.
 - b) Démontrer que la distance MI est minimale pour le point $N\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$.
- 4) Démontrer que pour ce point $N\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$:
 - a) N appartient au plan (IJK).
 - b) La droite (IN) est perpendiculaire aux droites (AG) et (BF).