

Contrôle de mathématiques

Jeudi 26 mars 2015

EXERCICE 1

Primitives et intégrales

(5 points)

1) Déterminer une primitive pour les fonctions suivantes sur l'intervalle I proposée. On indiquera clairement la forme utilisée pour déterminer la primitive.

a) $f(x) = \frac{2}{3x+1}$ $I = \left] \frac{1}{3}; +\infty \right[$ b) $g(x) = e^{1-2x}$ $I = \mathbb{R}$

c) $h(x) = \frac{-5}{(2x-1)^2}$ $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$

2) Montrer que la fonction $F(x) = \frac{-2 - \ln x}{x}$ est une primitive de la fonction $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$

3) Déterminer la valeur de l'intégrale I suivante : $I = \int_{-\frac{3}{2}}^0 (x+1 - 3xe^{-x^2}) dx$

EXERCICE 2

Intégrale et suite

(2 points)

La suite (I_n) est définie sur \mathbb{N} par : $I_n = \int_0^1 (1 + 2t^n) dt$

1) Prouver que la suite (I_n) est décroissante. 2) Est-elle convergente ?

EXERCICE 3

ROC

(2 points)

Pré-requis : Deux événements sont indépendants si et seulement si : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Montrer que si deux événements A et B sont indépendants, alors il en est de même pour \bar{A} et B .

EXERCICE 4

Huîtres

(7 points)

Un ostréiculteur élève deux espèces d'huîtres : « la plate » et « la japonaise ». Chaque année, les huîtres plates représentent 15 % de sa production.

Les huîtres sont dites de calibre n° 3 lorsque leur masse est comprise entre 66 g et 85 g.

Seulement 10 % des huîtres plates sont de calibre n° 3, alors que 80 % des huîtres japonaises le sont.

1) Le service sanitaire prélève une huître au hasard dans la production de l'ostréiculteur. On suppose que toutes les huîtres ont la même chance d'être choisies.

On considère les événements suivants :

- J : « l'huître prélevée est une huître japonaise »,
- C : « l'huître prélevée est de calibre n° 3 ».

a) Construire un arbre pondéré complet traduisant la situation.

- b) Calculer la probabilité que l'huître prélevée soit une huître plate de calibre n° 3.
 - c) Justifier que la probabilité d'obtenir une huître de calibre n° 3 est 0,695.
 - d) Le service sanitaire a prélevé une huître de calibre n° 3. Quelle est la probabilité que ce soit une huître plate ?
- 2) On choisit au hasard un échantillon de 15 huîtres dans le stock huîtres de cet ostréiculteur. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 15 huîtres dans le stock.
- On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre d'huîtres de calibre n° 3 de l'échantillon choisi.
- a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b) Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 6 huîtres de calibre n° 3 ? On arrondira à 10^{-3} .
 - c) Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins 9 huîtres de calibre n° 3 ? On arrondira à 10^{-3} .

EXERCICE 5

Vrai-Faux

(2 points)

Indiquer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse et justifier soigneusement la réponse. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

Zoé se rend à son travail à pied ou en voiture. Là où elle habite, il pleut un jour sur quatre. Lorsqu'il pleut, Zoé se rend en voiture à son travail dans 80 % des cas. Lorsqu'il ne pleut pas, elle se rend à pied à son travail avec une probabilité égale à 0,6.

Affirmation : « Zoé utilise la voiture un jour sur deux. »

EXERCICE 6

Ordinateurs

(2 points)

Dans un hypermarché, un modèle d'ordinateur est en promotion. Une étude statistique a permis d'établir que, chaque fois qu'un client s'intéresse à ce modèle, la probabilité qu'il l'achète est égale à 0,3. On considère un échantillon aléatoire de dix clients qui se sont intéressés à ce modèle. On suppose que le nombre d'acheteurs parmi cet échantillon suit une loi binomiale.

- 1) Déterminer le nombre moyen de personnes de cet échantillon qui ont acheté un ordinateur.
- 2) Quelle est la probabilité, dans cet échantillon, qu'entre 3 et 6 personnes aient acheté un ordinateur ? (on donnera le résultat à 10^{-3})