

Devoir à rendre  
pour le jeudi 9 Avril 2020

## EXERCICE I

### Probabilités conditionnelles

(4 points)

Une entreprise est spécialisée dans la vente de carrelage. On suppose que l'entreprise vend des lots de carrelage contenant 25 % de carreaux avec motif et 75 % de carreaux blancs.

Lors d'un contrôle qualité on observe que :

- 2,25 % des carreaux sont fissurés ;
- 6 % des carreaux avec motif sont fissurés.

On prélève au hasard un carreau.

On note M l'évènement « le carreau a un motif » et F l'évènement « le carreau est fissuré ».

- 1) Traduire la situation par un arbre pondéré.
- 2) On sait que le carreau prélevé est fissuré.

Démontrer que la probabilité qu'il s'agisse d'un carreau avec motif est  $\frac{2}{3}$ .

- 3) Calculer  $P_{\overline{M}}(F)$ .

## EXERCICE II

### Probabilités conditionnelles

(4 points)

Un club de roller de vitesse s'intéresse à la gestion des roulements de ses rollers.

Ce club fait des commandes groupées de roulements pour ses adhérents auprès de deux fournisseurs A et B.

- Le fournisseur A propose des tarifs plus élevés mais les roulements qu'il vend sont sans défaut avec une probabilité de 0,97.
- Le fournisseur B propose des tarifs plus avantageux mais ses roulements sont défectueux avec une probabilité de 0,05.

On choisit au hasard un roulement dans le stock du club et on considère les évènements :

A : « le roulement provient du fournisseur A »,

B : « le roulement provient du fournisseur B »,

D : « le roulement est défectueux ».

*On donnera les résultats arrondis au millième.*

- 1) Le club achète 40 % de ses roulements chez le fournisseur A et le reste chez le fournisseur B.
  - a) Calculer la probabilité que le roulement provienne du fournisseur A et soit défectueux.
  - b) Le roulement est défectueux. Calculer la probabilité qu'il provienne du fournisseur B.
- 2) Si le club souhaite que moins de 3,5 % des roulements soient défectueux, quelle proportion minimale de roulements doit-il commander au fournisseur A ?

### EXERCICE III

#### Loi binomiale

(4 points)

Une étude statistique a établi qu'un client sur quatre pratique le surf dans une station de ski. Une télécabine accueille 80 clients dans une station. On appelle  $X$  la variable aléatoire qui associe parmi les 80 clients le nombre de ceux qui font du surf.

*On donnera les résultats arrondis au millième.*

- 1) Sous quelles conditions peut-on affirmer que  $X$  suit une loi binomiale ?  
En donner alors les paramètres.
- 2) Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement 20 clients pratiquant le surf ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins 25 clients pratiquant le surf ?
- 4) Quelle est la probabilité qu'il y ait entre 15 et 25 clients pratiquant le surf ?

### EXERCICE IV

#### Problème de transmission

(4 points)

Lors d'une communication électronique, tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1, appelés bits, et cela par le biais d'un canal qui est généralement un câble électrique, des ondes radio, ...

Une suite de 8 bits est appelée un octet. Par exemple, 10010110 est un octet.

On se place dans le cas où l'on envoie, sur le canal, successivement 8 bits qui forment un octet. On envoie donc un octet au hasard. On suppose la transmission de chaque bit indépendante de la transmission des bits précédents. On admet que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à 0,01.

On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de bits mal transmis dans l'octet lors de cette communication.

*On donnera les résultats arrondis à  $10^{-4}$  près.*

- 1) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire  $X$  ? Justifier.
- 2) Déterminer la probabilité qu'exactement deux bits de l'octet soient mal transmis.
- 3) Que peut-on penser de l'affirmation suivante : « La probabilité que le nombre de bits mal transmis de l'octet soit au moins égal à trois est négligeable » ? Argumenter.

### EXERCICE V

#### Problème d'un juge

(4 points)

Un juge au tribunal doit juger de la culpabilité d'une compagnie de taxis bleus. Un soir de brouillard, un taxi a percuté un piéton qui traversait la rue dans son bon droit puis a pris la fuite. Un témoin affirme que le taxi était bleu et c'est sur la base de ce témoignage que le procès a été instruit. Or dans la ville, deux compagnies se partagent le marché : "les taxis bleus" et les "les taxis verts". La compagnie des taxis verts possède 90 % de part de marché.

On demande au témoin d'effectuer des tests de reconnaissance de couleurs pour mesurer la fiabilité de son témoignage. Il s'avère qu'il est fiable dans 90 % des cas pour la couleur bleue et 80 % des cas pour la couleur verte.

Le juge doit-il condamner la compagnie des taxis bleus ? (Toute trace de recherche sera prise en compte.)