

Contrôle de mathématiques

Mercredi 26 janvier 2022

EXERCICE 1

Transport en commun

(9 points)

Dans tout cet exercice, les probabilités seront arrondies, si nécessaire, à 10^{-3} .

D'après une étude, les utilisateurs réguliers de transports en commun représentent 17 % de la population française.

Parmi ces utilisateurs réguliers, 32 % sont des jeunes âgés de 18 à 24 ans.

Partie A :

On interroge une personne au hasard et on note :

- R l'évènement : « La personne interrogée utilise régulièrement les transports en commun ».
- J l'évènement : « La personne interrogée est âgée de 18 à 24 ans ».

- 1) Représentez la situation à l'aide d'un arbre pondéré, que l'on complètera au fur et à mesure de l'énoncé.
- 2) Calculer la probabilité $p(R \cap J)$.
- 3) D'après cette même étude, les jeunes de 18 à 24 ans représentent 11 % de la population française.
Montrer que la probabilité que la personne interrogée soit un jeune de 18 à 24 ans n'utilisant pas régulièrement les transports en commun est 0,056 à 10^{-3} près.
- 4) En déduire la proportion de jeunes de 18 à 24 ans parmi les utilisateurs non réguliers des transports en commun.

Partie B :

Lors d'un recensement sur la population française, un recenseur interroge au hasard 50 personnes en une journée sur leur pratique des transports en commun.

La population française est suffisamment importante pour assimiler ce recensement à un tirage avec remise.

Soit X la variable aléatoire dénombrant les personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées.

- 1) Déterminer, en justifiant, la loi de X et préciser ses paramètres.
- 2) Calculer $p(X = 5)$ et interpréter le résultat.
- 3) Le recenseur indique qu'il y a plus de 95 % de chance pour que, parmi les 50 personnes interrogées, moins de 13 d'entre elles utilisent régulièrement les transports en commun.
Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier votre réponse.
- 4) Quel est le nombre moyen de personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées ?

EXERCICE 2

Problème de seuil

(4 points)

Dans une population, la proportion de personnes végétariennes est de 12 %.

On suppose cette population suffisamment grande pour pouvoir assimiler le tirage d'une personne dans cette population à un tirage avec remise.

Une cantine sert 250 repas à des personnes issues de cette population.

On appelle X la variable aléatoire associée au nombre de personnes végétariennes se présentant à la cantine.

- 1) Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres et l'espérance.
- 2) Le gestionnaire de cette cantine prévoit 33 repas végétariens.
Quelle est la probabilité que ce ne soit pas suffisant ?
- 3) Le gestionnaire de cette cantine prévoit k repas végétariens.
Déterminer k pour que les personnes végétariennes soient sûres à au moins 95 % qu'elles pourront manger un repas végétarien. On expliquera la méthode utilisée.

EXERCICE 3

Loi binomiale

(3 points)

- 1) Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$.
On donne : $E(X) = 43,2$ et $V(X) = 27,648$. Déterminer $(1 - p)$ puis p et n .
- 2) Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(50; 0,3)$.
L'intervalle $[9; 21]$ est-il un intervalle de fluctuation centré au seuil de 95 % ?

EXERCICE 4

Lancers de dé

(4 points)

On lance deux dés, bien équilibrés, de couleurs différentes dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On appelle S l'événement « la somme des numéros des deux dés est égale à 6 ».

- 1) Montrer que la probabilité de l'événement S est égale à 0,139 à 10^{-3} près.
- 2) On répète cette épreuve n fois de suite cette expérience.
 - a) Déterminer, en fonction de n , la probabilité p_1 d'obtenir au moins une fois l'événement S .
 - b) Quel est le nombre minimum d'épreuves pour que p_1 soit supérieure à 0,99 ?